UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

VITÓRYA ISABEL ALVES DE OLIVEIRA
Orientador: Prof. Me. Rivaldo do Nascimento Júnior

ARISTARCO DE SAMOS E A DETERMINAÇÃO DAS DISTÂNCIAS DA TERRA AO SOL E À LUA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA E MATEMÁTICA

Mossoró, RN
2026

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

VITÓRYA ISABEL ALVES DE OLIVEIRA

ARISTARCO DE SAMOS E A DETERMINAÇÃO DAS DISTÂNCIAS DA TERRA AO SOL E À LUA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA E MATEMÁTICA

Monografia apresentada ao Curso de Matemática da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Rivaldo do Nascimento Júnior

Mossoró, RN
2026

VITÓRYA ISABEL ALVES DE OLIVEIRA

ARISTARCO DE SAMOS E A DETERMINAÇÃO DAS DISTÂNCIAS DA TERRA AO SOL E À LUA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA E MATEMÁTICA

Monografia apresentada ao Curso de Matemática da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau em Licenciado em Matemática.

Aprovada em: 17 de Junho de 2026.

Documento assinado digitalmente
gov.br
RIVALDO DO NASCIMENTO JUNIOR
Data: 25/06/2026 12:59:22-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Me. Rivaldo do Nascimento Júnior
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte
Orientador

Documento assinado digitalmente
gov.br
LAUDELINO GOMES FERREIRA
Data: 25/06/2026 13:21:35-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Me. Laudelino Gomes Ferreira
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte - UERN
Examinador

Documento assinado digitalmente
gov.br
OFINESIO SOUSA LAVOR
Data: 25/06/2026 13:15:22-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Esp. Ofinésio Sousa Lavôr
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte - UERN
Examinador

© Todos os direitos estão reservados a Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do(a) autor(a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei n° 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei n° 9.610/1998. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu(a) respectivo(a) autor(a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Catalogação da Publicação na Fonte.
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.

O48a Oliveira, Vitórya Isabel Alves de
ARISTARCO DE SAMOS E A DETERMINAÇÃO DAS DISTÂNCIAS DA TERRA AO SOL E À LUA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA E MATEMÁTICA. / Vitórya Isabel Alves de Oliveira. - Mossoró - RN, 2026.
56p.

Orientador(a): Prof. Me. Rivaldo do Nascimento Júnior.
Monografia (Graduação em Matemática). Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.

1. Aristarco de Samos. 2. Astronomia grega. 3. Distâncias astronômicas. 4. Geometria antiga. 5. Heliocentrismo. I. Júnior, Rivaldo do Nascimento. II. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. III. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC´s) foi desenvolvido pela Diretoria de Informatização (DINF), sob orientação dos bibliotecários do SIB-UERN, para ser adaptado às necessidades da comunidade acadêmica UERN.

A minha mãe, por me apoiar em todos os meus sonhos e sempre acreditar que eu iria conseguir. Conseguimos.

Agradecimentos

Foi um longo caminho até chegar aqui, um mix de emoções, sem dúvidas. Vontade de desistir, inúmeras crises, choros, mas acima de tudo isso, momentos felizes, que me fizeram permanecer e sentir que encontrei o meu lugar. Agradeço primeiramente à Deus por estar comigo durante todo esse processo, por me dar forças todos os dias e por nunca me deixar desistir. Ao meu orientador Prof. Me. Rivaldo do Nascimento Júnior, pelo convite, por aceitar de braços abertos a minha vontade de escrever sobre matemática e astronomia e por toda ajuda na construção deste trabalho. Ao professor da disciplina Prof. Me. José Leonardo Bezerra por toda ajuda ao decorrer desta escrita. A minha mãe, Maria Rosaline, por ser a melhor mãe do mundo, por estar comigo e acreditar que eu ia conseguir, sim mãe, conseguimos. Ao meu namorado, Paulo Victor, por todo o apoio, dedicação e ajuda que me deu durante todo esse processo e que processo longo. Aos meus psicólogos Miguel e Gael (01 e 02) por todas as terapias dos sábados, vocês ainda não sabem, mas me salvaram de mim. Aos meus amigos que já estavam e escolheram ficar. Anikelly, por estar "presente" em absolutamente todos os momentos, sejam eles bons ou ruins. Janyle por todos os áudios ouvidos e cuidado. Nathalya e Danilson, por se importarem comigo e fazerem sempre questão de saber como estou, vocês foram muito importantes. Minha Comparsa Wallesca por estar presente em todos os momentos, minha dupla de sempre. Jamini por ter chegado tão de repente e ter se tornado alguém tão especial. Stanley, por estar lá, por todo apoio, não esquecerei. Aos meus muitos amigos que a UERN me deu, alguns desde o começo do cursos, outros já no final, Raisa, Danilo, Tawan, Maciel, Samuel, Douglas, João Bosco, Calebe, vocês sabem o quanto são especiais para mim e o quanto me ajudaram durante todo o curso. Desde um aperto no ombro, um olhar silencioso que me diz "vai dar certo, estou aqui", sem vocês eu não teria conseguido chegar até aqui. Minha família, meus professores, Laudelino, Aylla, Elias, Jeovanizelio, Diego, Ofinésio e meus amigos, se hoje estou aqui concluindo mais esta etapa da minha vida, é porque vocês estiveram comigo e acreditaram em mim. A todos vocês, o meu muito obrigada.

Resumo

Este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo principal analisar e comparar, sob uma perspectiva histórica e matemática, o método desenvolvido por Aristarco de Samos (310 – 230 a.C.) para determinar as distâncias da Terra ao Sol e à Lua, bem como os tamanhos relativos desses corpos celestes. A pesquisa, de natureza qualitativa e bibliográfica, fundamenta-se na análise do tratado Sobre os tamanhos e distâncias do Sol e da Lua e em comentários de historiadores da ciência como Thomas Little Heath, G. E. R. Lloyd e Otto Neugebauer. Inicialmente, contrasta-se o modelo geocêntrico aristotélico com as inovações de Aristarco, incluindo sua hipótese heliocêntrica precursora de Copérnico. Em seguida, detalham-se os procedimentos geométricos utilizados por Aristarco: a observação da Lua em quadratura para estimar a razão entre as distâncias do Sol e da Lua e a análise de eclipses lunares para determinar proporções entre os raios do Sol, da Lua e da Terra. Utilizando o valor do raio da Terra obtido pelo método de Eratóstenes, os resultados aristarquianos são convertidos em valores mensuráveis e comparados com os dados da astronomia contemporânea. Conclui-se que, embora as estimativas de Aristarco se distanciem quantitativamente dos valores atuais – especialmente a distância Terra–Sol –, seu método revela notável engenhosidade conceitual ao aplicar raciocínio geométrico e proporcionalidade para quantificar o cosmos, constituindo um marco fundamental no desenvolvimento do pensamento científico e da astronomia matemática.

Palavras-chave: Aristarco de Samos. Astronomia grega. Distâncias astronômicas. Geometria antiga. Heliocentrismo.

Abstract

This undergraduate thesis aims to analyze and compare, from a historical and mathematical perspective, the method developed by Aristarchus of Samos (310 – 230 BCE) to determine the distances from Earth to the Sun and the Moon, as well as the relative sizes of these celestial bodies. The research, qualitative and bibliographic in nature, is based on the analysis of the treatise On the Sizes and Distances of the Sun and the Moon and on commentaries by historians of science such as Thomas Little Heath, G. E. R. Lloyd, and Otto Neugebauer. Initially, the Aristotelian geocentric model is contrasted with Aristarchus' innovations, including his heliocentric hypothesis that preceded Copernicus. Subsequently, the geometric procedures used by Aristarchus are detailed: observing the Moon at quadrature to estimate the ratio between the distances of the Sun and the Moon, and analyzing lunar eclipses to determine proportions among the radii of the Sun, Moon, and Earth. Using the Earth's radius value obtained by Eratosthenes' method, Aristarchus' results are converted into measurable values and compared with contemporary astronomical data. It is concluded that, although Aristarchus' estimates quantitatively diverge from current values -– especially the Earth–Sun distance -–, his method reveals remarkable conceptual ingenuity by applying geometric reasoning and proportionality to quantify the cosmos, constituting a fundamental milestone in the development of scientific thought and mathematical astronomy.

Keywords: Aristarchus of Samos. Greek astronomy. Astronomical distances. Ancient geometry. Heliocentrism.

Lista de Ilustrações

Figura 2.1 – Modelo do Universo de Aristóteles 3
Figura 3.1 – Lua em estado de quarto minguante e quarto crescente 8
Figura 3.2 – Representação trigonométrica das posições da Lua em relação a Terra e ao Sol 8
Figura 3.3 – Triângulo retângulo 9
Figura 3.4 – Triângulo retângulo 11
Figura 3.5 – Lua entre a Terra e o Sol 13
Figura 3.6 – Representação do eclipse lunar 14
Figura 3.7 – Centros da Lua, da Terra e do Sol 15
Figura 4.1 – Representação do método de Eratóstenes 21
Figura 5.1 – Papiro Rhind. 26
Figura 5.2 – Representação do método de cordas de Hiparco de Nicéia. 27
Figura 5.3 – Análise geométrica de um círculo de raio r. 27
Figura 5.4 – Triângulo retângulo. 28
Figura 5.5 – Representação geométrica da distância entre a Terra e a Lua. 30
Figura 5.6 – Representação geométrica do tamanho da Lua em relação a Terra. 33
Figura 5.7 – Representação geométrica do tamanho da Lua em relação a Terra. 33
Figura 5.8 – Representação geométrica do tamanho do Sol em relação a Terra. 34
Figura 5.9 – Representação geométrica do tamanho do Sol em relação a Terra. 35

Lista de Símbolos

α	Letra grega Alfa
β	Letra grega Beta
θ	Letra grega Teta
π	Número Pi

Sumário

1 Introdução 1

2 Aristóteles, Aristarco e suas respectivas visões sobre o Cosmos 2

2.1 Aristóteles 2

2.2 Aristarco de Samos 5

3 Cálculo dos tamanhos e distâncias do Sol e da Lua de acordo com o método de Aristarco de Samos 7

3.1 Cálculo das distâncias 7

3.2 Cálculo dos tamanhos 13

4 O cálculo do raio da Terra de acordo com Eratóstenes 20

5 Comparação dos valores encontrados utilizando o método de Aristarco de Samos e como obtemos os valores conhecidos atualmente 24

5.1 Utilizando o método de Aristarco de Samos e trigonometria moderna para determinar os tamanhos e distâncias conhecidas na atualidade 25

5.1.1 Hiparco de Nicéia 25

5.1.2 Distância da Terra a Lua 29

5.1.3 Distância da Terra ao Sol 31

5.1.4 Utilizando a trigonometria para calcular o tamanho da Lua 32

5.1.5 Utilizando a trigonometria para calcular o tamanho do Sol 34

6 Referencial Teórico 37

7 Metodologia 40

8 Considerações Finais 42

Referências 44

1 Introdução

O tema para este estudo surgiu através de um desejo em compreender como as ideias do pensamento astronômico e matemático que hoje parecem ser evidentes, como por exemplo o fato da terra girar em torno do sol ou até mesmo a ideia de como medir e calcular as dimensões do cosmos, foram, em determinada época, alvo de indagações, oposições e até rejeição. Assim, conhecendo as ideias de Aristarco de Samos, e ao deparar-nos com as suas contribuições, que até muito antes de Copérnico, já havia quem ousasse propor estimativas para calcular as distâncias da Terra ao Sol e à Lua, utilizando raciocínios geométricos e observações astronômicas acessíveis em seu tempo. Embora suas conclusões apresentassem limitações, sua tentativa representa um marco no uso da matemática para explicar fenômenos celestes contribuindo para uma visão diferente do cosmos.

Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo geral analisar de forma comparativa os métodos utilizados por Aristarco de Samos e os métodos atuais da astronomia para o cálculo das distâncias da Terra ao Sol e à Lua, destacando seus fundamentos matemáticos e astronômicos, além dos avanços, limitações e contribuições para o desenvolvimento da ciência. Busca-se, de maneira específica, investigar os fundamentos históricos e filosóficos que levaram Aristarco de Samos a propor e desenvolver seus cálculos sobre as distâncias do Sol e da Lua, descrever o método utilizado por Eratóstenes para descobrir o raio da Terra, comparar os resultados obtidos por Aristarco de Samos com os valores determinados pela ciência contemporânea e analisar a importância de suas ideias como marco inicial para o pensamento científico sobre a estrutura do sistema solar.

Dessa forma, investigar esses descobrimentos não se limita em investigar apenas o método de Aristarco, mas também a fazer uma análise comparativa que resgata a engenhosidade das propostas do mesmo, mostrando como mesmo diante de recursos limitados, a busca pelo conhecimento científico abriu caminhos que hoje se desdobram em técnicas avançadas, buscando relacionar a produção científica antiga com o desenvolvimento do pensamento moderno e ligando como o caminho traçado para obter uma resposta leva a novas descobertas. Com isso, esse trabalho foi produzido para evidenciar a importância desse momento de ruptura intelectual e refletir sobre a sua importância para a história da ciência e da matemática.

2 Aristóteles, Aristarco e suas respectivas visões sobre o Cosmos

Desde a antiguidade, a humanidade sempre busca desenvolver teorias e técnicas para compreender aquilo que ainda não se tem uma explicação. E como era de se esperar, na Astronomia não foi diferente. Diversas opiniões, teorias e fatos foram se desenvolvendo ao longo da história para evidenciar a posição da Terra no universo e a sua relação com o movimento dos astros. Assim, dentre os grandes pensadores da Grécia antiga, encontra-se Aristóteles que foi estudante de Platão, que viveu entre o período de 384 a 322 a.C.. O mesmo tentou responder à diversas questões da natureza, buscou entender a conexão entre o movimento do Sol, Lua e o fenômeno das marés. Além de o mesmo ser um grande observador da natureza, defendia o modelo geocêntrico, ou seja, a Terra era o centro do universo (CRUZ, 1985).

2.1 Aristóteles

No que se diz respeito a Aristóteles, que nasceu no ano de 384 a.C. na cidade de Estagira localizada no reino da Macedônia e pertencia a uma família rica e aristocrática. Seu pai era um médico do rei Amyntas III e sua mãe era uma pessoa considerada muito rica do reino. Aos 17 anos, foi para Atenas estudar na academia de Platão, no qual permaneceu aproximadamente 20 anos. 37 anos depois, ou seja, no ano 347 a.C., ele saiu de Atenas, passando por várias cidades da Ásia Menor, até que no ano de 343 a.C. recebeu o convite do rei Filipe II para ser o mentor do filho do mesmo, que futuramente se tornaria Alexandre - o Grande. Depois, em 335 a.C. retornou a Atenas e construiu o Liceu, no qual compôs uma legião de seguidores. Destaca-se que foi neste período, do Liceu, que Aristóteles possivelmente escreveu a maioria de seus tratados (TORIBIO, 2012).

Podemos destacar que o mesmo defendia que cada elemento possuía seu lugar natural no Universo de forma organizada. O modelo defendido por ele era proposto como sendo uma divisão entre o Mundo Sublunar, que fica abaixo da Lua, e o Celeste que fica acima da Lua. No primeiro, partindo do elemento terra que para ele era o centro do Universo, seguida pela água, ar e fogo. Já no segundo, temos a esfera celeste que continha as esferas dos planetas, Estrelas fixas e por fim o que foi denominado por ele como a esfera do primeiro Motor imóvel. Este Motor imóvel é um conceito metafísico que define o início de todo movimento e mudança no Universo, ele é imutável, eterno, sem matéria e puro. Ou seja, uma denominação da perfeição.

> (...) É evidente que não há lugar, nem vazio, nem tempo fora do Céu. Pois em todo lugar há possibilidade de haver um corpo; e o vazio se define como aquilo em que a presença de um corpo, embora não real, é possível (...) (ÉVORA, 1987).

Figura 2.1 – Modelo do Universo de Aristóteles



Fonte: Adaptado de ARAGÃO (2018, p.16)

Com isso, no Universo Aristotélico, cada um dos corpos seja terrestre ou celestial tem seu lugar natural e seu movimento também natural para a sua determinada localidade. Assim, todo movimento que não é natural, é denominado violento. O mesmo fragmenta o movimento natural em movimento celestial, que por sua vez é circular e uniforme. Diferentemente do mundo sublunar, que é retilíneo para cima ou para baixo. No que se refere ao movimento retilíneo, ele dependerá da natureza do elemento que o corpo é composto.

Dessa forma, é compreensível que o lugar natural da terra é no centro do Universo, e seu movimento natural é para baixo. No caso do elemento água, seu lugar natural é emergente a região central (terra) e seu movimento é para baixo. O terceiro elemento, fogo, que é inteiramente leve e pertence a região externa na esfera sublunar, seu movimento é para cima em relação ao centro do Universo (terra). E por fim, o lugar natural do ar é a região intermediária entre a água e o fogo, e seu movimento natural é para cima, exceto na região do fogo. Vale ressaltar que, a região e o movimento natural dos corpos compostos por mais de um elemento, correspondem aqueles do elemento predominante.

> E embora o movimento circular seja natural para os corpos celestes, ele é não natural para os terrestres, pois afirma Aristóteles, "todo movimento ou é natural ou não-natural (forçado), e aquele movimento que é não-natural para um corpo é natural para outro - assim, por exemplo, é o caso com o movimento para cima e para baixo, que é natural e não-natural para o fogo e para a terra respectivamente. Segue-se necessariamente que o movimento circular, sendo não-natural para estes corpos é o movimento natural para algum outro (...). Se, por outro lado, o movimento de rotação dos corpos em torno do centro fosse não-natural, seria extraordinário e na verdade inconcebível que este movimento fosse contínuo e eterno, sendo contrário à natureza". (ÉVORA, 1987)

Entretanto destaca-se que se a Terra girasse em torno do seu próprio eixo como foi proposto por Heráclides do Ponto, que possivelmente foi discípulo de Platão, o seu movimento não poderia ser eterno, pois é um movimento não-natural. Pois para que o movimento de rotação

da Terra fosse eterno, segundo Aristóteles, deveria possuir um movimento natural, mas todos os elementos que fazem parte da Terra deveriam, de forma individualizada, partilhar, com a própria Terra, o seu movimento natural, ou seja, seguindo uma trajetória circular. Porém, é observado o contrário, a trajetória é feita ao longo de uma linha reta em direção ao centro do Universo. Portanto, o movimento circular da Terra seria violento e consequentemente não-natural.

Em vista disso, para que o movimento da terra fosse classificado como eterno, contínuo e infinito, teria que existir um evento exterior que causasse esse movimento infinito. Ou seja, acabaria criando uma contradição, pois não é possível que algo finito cause um movimento infinito e consequentemente uma força infinita não pode causar uma magnitude finita.

> Portanto o movimento de rotação da Terra, em torno do seu próprio eixo, "sendo não-natural e violento, não poderia ser eterno; porém a ordem do Universo é eterna" (Arist., De Caelo, livro II, 14, 296^a, $25-30$). Segue-se que: o movimento circular observado no Universo sendo eterno, não pode ser atribuído à Terra (ÉVORA, 1987).

Ainda que o modelo cosmológico de esferas concêntricas de Aristóteles como modelo explicativo dos movimentos celestes conseguisse sobrepor suas principais inconstâncias planetárias como por exemplo os movimentos retrógrados onde alguns planetas como Marte e Júpiter, as vezes parecem "andar para trás" no céu, ele e todos os sistemas que requeria que o Universo era construído de uma série de esferas concêntricas não conseguiam conter uma determinada quantia de fenômenos considerados óbvios, como por exemplo a variação no brilho aparente dos planetas e no diâmetro aparente da Lua.

É válido que o problema dos modelos cosmológicos das esferas concêntricas se dizem respeito ao que eles consideravam que a distância entre cada corpo celeste era constante. Ou seja, todos os fenômenos celestes deveriam ser explicados por movimentos de rotação das diversas esferas.

Apesar de Platão e Aristóteles continuarem com a concepção de que a terra continuaria imóvel no centro do cosmo, enquanto que os céus realizavam seu movimento de Leste para Oeste produzindo o ciclo do dia e da noite, na antiguidade, essa teoria não foi unânime. Apesar da cosmologia aristotélica tenha exercido influência sobre o pensamento ocidental até meados do século XVI, alguns filósofos já defendiam propostas contrárias, ou seja, atribuíam à Terra um tipo de movimento. Entre esses pensadores é possível destacar Heráclides do Ponto (387 - $315/310$ a.C.), que foi contemporâneo de Aristóteles e possivelmente discípulo de Platão.

O mesmo acreditava que o cosmos era infinito e com isso desenvolveu uma teoria considerada Semi heliocêntrica, segundo a qual Vênus e Mercúrio orbitariam o Sol como se fossem satélites, enquanto este e os demais astros continuariam girando em torno da Terra, que realizaria a rotação em torno do próprio eixo em aproximadamente 24 horas.

2.2 Aristarco de Samos

Outro nome de relevância – e é a quem atribuímos como referência para este trabalho – foi Aristarco de Samos (310 - 230 a.C.), que foi o primeiro a compor um método para estimar distâncias e tamanhos relativos entre terra-sol-lua e foi um geômetra e um grande gênio da astronomia. O mesmo foi pupilo de Estratão de Lâmpsaco, ao qual sucedeu Teofrasto como diretor da escola peripatética – foi um círculo filosófico da "Grécia Antiga" que seguia os ensinamentos de Aristóteles, seu fundador – que por sua vez, sucedeu Aristóteles (FREITAS; SANTUCCI; MARQUES, 2021).

A sua única obra que sobreviveu até então foi o pequeno tratado "Sobre os tamanhos e distâncias entre o Sol e a Lua". Nessa obra, Aristarco obteve:

(1) Que o Sol está entre 18 e 20 vezes mais distante da Terra do que a Lua;

(2) Como os 2 astros tem aproximadamente o mesmo diâmetro angular no céu, o Sol então seria entre 18 e 20 vezes maior do que a Lua;

(3) Usando o método dos eclipses, que ele mesmo desenvolveu, Aristarco estimou que o Sol seria entre $\frac{19}{3}$ e $\frac{43}{6}$ vezes maior do que a Terra.

Ele foi precursor de Copérnico ao propor que as estrelas estariam em repouso, enquanto a Terra apresentaria dois movimentos: a rotação diária em torno do seu eixo e a translação ao redor do Sol, situado no centro do Universo.

> Aristarco foi chamado de "o matemático", sem dúvida para distingui-lo das muitas outras pessoas com o mesmo nome; é incluído por Vitrúvio entre os poucos grandes homens que possuíam um conhecimento igualmente profundo de todos os ramos da ciência — geometria, astronomia, música etc. *"Homens desse tipo são raros, tais como foram, em tempos passados, Aristarco de Samos, Filolau e Arquitas de Tarento, Apolônio de Perga, Eratóstenes de Cirene, Arquimedes e Escopinas de Siracusa, que deixaram para à posteridade muitos aparelhos mecânicos e gnomônicos que inventaram e explicaram com base em princípios matemáticos (literalmente numéricos) e naturais."* (HEATH, 2004)

Dessa forma, sobre a hipótese heliocêntrica é amplamente aceito que Aristarco tenha sido o primeiro a propor uma concepção heliocêntrica do cosmos. As fontes antigas convergem nesse reconhecimento, sendo Arquimedes a referência mais próxima, já que viveu pouco tempo depois de Aristarco e, portanto, dificilmente teria se equivocado sobre essa atribuição. O próprio Copérnico reconheceu que tal teoria havia sido associada a Aristarco, ainda que essa informação não seja de conhecimento geral. Nesse sentido, Schiaparelli destaca dois trechos da obra de Copérnico nos quais são mencionadas as ideias de pensadores da Antiguidade a respeito de movimentos que vão além da rotação da Terra, incluindo sua revolução orbital.

Além de reconhecer a ligação entre Aristarco e a hipótese heliocêntrica, Copérnico também faz menção a outros pensadores da Antiguidade. Na carta dedicatória ao Papa Paulo III, ele relata ter tomado conhecimento, por meio de Cícero, de que Nicetas – identificado como Hicetas – atribuía movimento à Terra. Em seguida, menciona a leitura de Plutarco, que apontava outros filósofos defensores dessa ideia, citando a obra De facie in orbe lunae, na qual Filolau, da escola pitagórica, sustentava que a Terra se movia em torno do fogo central em órbita inclinada, de maneira semelhante ao Sol e à Lua (COPERNICUS, 1992).

Outra referência ocorre no De revolutionibus, Livro I, capítulo 5. Nesse trecho, Copérnico comenta as concepções de Heráclides, Ecphantus e Hicetas, que admitiam a rotação terrestre em torno de seu eixo, mas ainda a mantinham no centro do universo. Após isso, acrescenta que seria razoável considerar a Terra um dos astros errantes, como havia proposto Filolau: "e também (a Terra) vagueasse por vários movimentos e fosse considerada uma das estrelas, como afirmava Filolau, o pitagórico, um matemático nada vulgar" (COPERNICUS, 1992).

Embora nesse ponto não haja menção ao heliocentrismo nem a Aristarco, sabe-se que Copérnico chegou a incluir uma passagem em que atribuía a ele essa hipótese, mas posteriormente decidiu suprimi-la. O fragmento original dizia: "É crível que, por estas e outras razões semelhantes, Filolau tenha admitido a mobilidade da Terra, e que alguns dizem que também Aristarco de Samos sustentava a mesma opinião" (COPERNICUS, 1992).

A confirmação mais clara do heliocentrismo de Aristarco, é fornecida por Arquimedes em sua obra Arenário (Psammites). Dirigindo-se ao rei Gelão, Arquimedes afirma que Aristarco havia publicado um tratado baseado em certas hipóteses, entre elas a de que o Sol e as estrelas fixas permaneciam imóveis, enquanto a Terra descrevia uma órbita circular ao redor do Sol, situado no centro. Além disso, Aristarco considerava a esfera das estrelas de tal grandeza que o círculo percorrido pela Terra era insignificante em comparação a ela. Arquimedes (HEATH, 2004) reconhece as dificuldades matemáticas desse raciocínio, mas registra que Aristarco ajustava seus cálculos observacionais a tal hipótese, configurando uma formulação precoce do heliocentrismo.

3 Cálculo dos tamanhos e distâncias do Sol e da Lua de acordo com o método de Aristarco de Samos

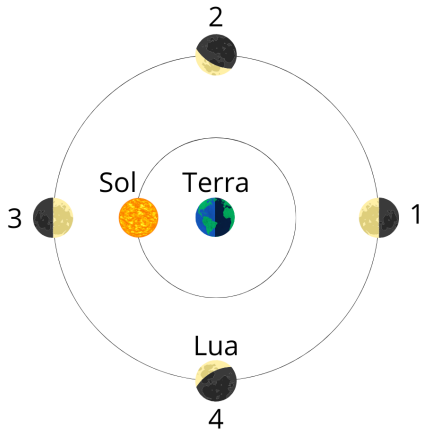
É importante salientar que muito antes de Cristo já eram calculadas as distâncias e os tamanhos do Sol e da Lua, porém, a forma que eram feitos esses cálculos não é de conhecimento de muitas pessoas. Assim, para conhecer e entender o método de Aristarco de Samos, precisamos ao mesmo tempo possuir noções fundamentais de Geometria, como por exemplo proporcionalidade e semelhanças de triângulos.

3.1 Cálculo das distâncias

Para entender como o cálculo das distâncias é desenvolvido, primeiramente devemos fazer a seguinte indagação "*qual é o astro mais distante da Terra: o Sol ou a Lua?*". Com os conhecimentos atuais, claramente é possível responder que o Sol é o mais distante, pois, hoje em dia o método mais eficaz para determinar a distância da Terra e a Lua utiliza a tecnica de telemetria a laser. Nesse procedimento, um feixe de luz é emitido da Terra em direção à superfície da Lua, onde é refletido por espelhos retrorrefletores que foram posicionados na face lunar pelas missões americanas da Apolo (FALLER et al., 1969). Esses feixes são refletidos em sentido oposto ao emitido até ser detectado novamente aqui na Terra. Ao medir o tempo percorrido pelo laser de ida e volta, que é aproximadamente de $2,6$ segundos, sabendo-se o valor da velocidade da luz, chega-se ao valor atualmente aceito para a distância média entre a Terra e a Lua, que é de $384.400\ km$. Mas, destacamos que a ideia é entender como que na antiguidade isso foi calculado e aceito pelos estudiosos da época.

Então, para entender que o Sol está mais longe da Terra que a Lua, podemos fazer uma observação do céu, percebendo as fases da Lua. Com isso, observaríamos que se a Lua estivesse mais longe da Terra que o Sol, veríamos que ela iria permanecer o tempo todo irradiada pela luz solar. Ou seja, não haveria lua nova, e consequentemente, ela estaria em duas posições. Na primeira acontece a lua cheia e na terceira posição ela também estaria cheia, porém isso aconteceria ao meio-dia – o que é impossível de acordo com o que é observado no dia-a-dia.

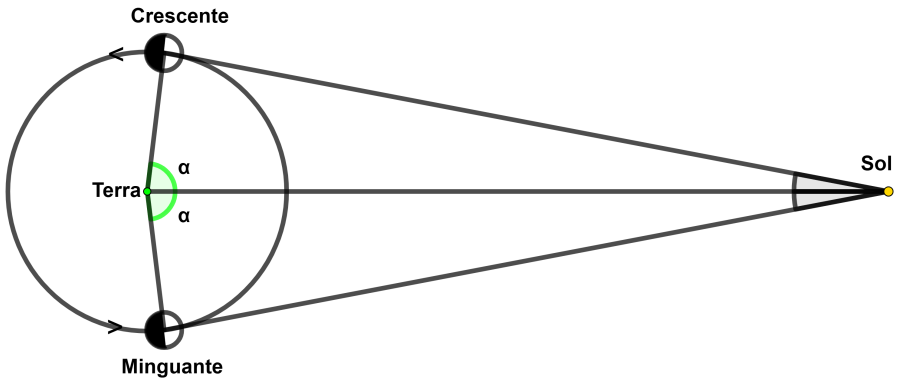
Figura 3.1 – Lua em estado de quarto minguante e quarto crescente



Fonte: Adaptado de ÁVILA (1982, p.39)

Agora, utilizando a ideia do grego Aristarco de Samos para descobrir o quão mais distante a Lua está em relação ao Sol, devemos adentrar um pouco mais na nossa observação do ciclo lunar. Para isso devemos destacar duas posições da Lua em sua orbita, ao qual chamaremos respectivamente de o "quarto crescente" e o "quarto minguante" que é quando o disco lunar é visível, para um observador terrestre, com sua metade iluminada e a outra metade escura. Como é observado a seguir:

Figura 3.2 – Representação trigonométrica das posições da Lua em relação a Terra e ao Sol

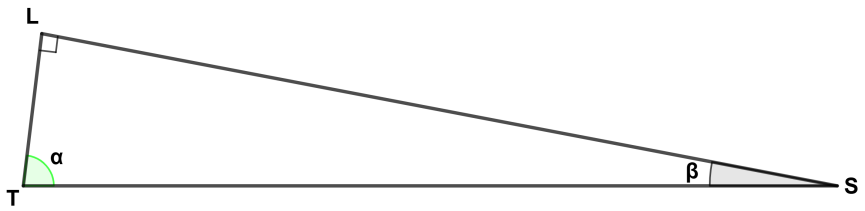


Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Com isso, podemos traçar um triângulo retângulo ligando os pontos Terra, Lua e Sol, com ângulo reto estando no vértice ocupado pela Lua. Nessa observação, ele determinou que o ângulo formado pela Lua, Terra e Sol ($L\hat{T}S$) é de aproximadamente $90°$, caracterizando um triângulo praticamente retângulo. Consequentemente, o segmento que une a Terra e Sol, por

corresponder à hipotenusa do triângulo, possui comprimento superior ao segmento que une a Terra e a Lua (ÁVILA, 1982), como mostrado na figura a seguir.

Figura 3.3 – Triângulo retângulo



Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Aristarco de Samos deixou-nos um tratado que explica explicitamente as dimensões e distâncias aparentes do Sol e da Lua. Embora a figura pública de Aristarco seja frequentemente associada à hipótese heliocêntrica — informação preservada por textos posteriores — o tratado conservado concentra-se em demonstrações geométricas sobre eclipses e fases lunares. Para as finalidades das deduções de Aristarco, a hipótese cosmológica (geocentrismo ou heliocentrismo) é indiferente: o que importa são as posições relativas observáveis entre Sol, Terra e Lua. Neste tópico examinamos os procedimentos e os resultados propostos por Aristarco para estimar os tamanhos e as distâncias desses corpos celestes, bem como as limitações inerentes às suas suposições observacionais.

Em sequência, para desenvolver suas demonstrações geométricas sobre as dimensões e distâncias do Sol e da Lua, Aristarco parte de um conjunto de suposições fundamentais. Segundo Rubens E.G. Machado, em sua tradução sobre "Os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua" (ARISTARCO, 2016), diz que tais hipóteses servem como ponto de partida para a construção de triângulos e relações angulares que permitiriam estimar as proporções entre os astros e suas distâncias relativas em relação à Terra. Entre elas, destacam-se:

1. A Lua recebe a luz do Sol;
2. A Terra pode ser considerada um ponto, e é o centro da esfera da Lua;
3. Quando a Lua nos parece dicótoma (dividida em duas partes iguais), o grande círculo que separa a parte iluminada da parte escura está na direção de nossos olhos;
4. Quando a Lua nos parece dicótoma, sua separação do Sol é menor que um quadrante por um trigésimo de quadrante;
5. A largura da sombra da Terra equivale a duas Luas;

6. A Lua subentende a décima quinta parte de um signo do zodíaco.

A partir dessas hipóteses iniciais, Aristarco estabelece uma sequência de raciocínios geométricos com o objetivo de determinar as proporções entre os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua em relação à Terra. O ponto de partida é a condição em que a Lua se apresenta dicótoma — isto é, quando metade de sua superfície visível está iluminada. Nessa situação, Aristarco considerou que o triângulo formado pelos centros do Sol, da Terra e da Lua possui um ângulo reto na posição da Lua, sendo o ângulo no vértice terrestre ligeiramente menor que $90°$. Com base nessa pequena diferença angular, ele deduziu que o Sol deveria estar muito mais distante da Terra do que a Lua.

Então, para calcular esse ângulo α de acordo com o seu método, precisamos considerar o mês sinódico que leva aproximadamente $29,5$ dias para completar o ciclo lunar de uma fase para a mesma fase novamente (por exemplo, de Lua Cheia a Lua Cheia) e que a passagem de minguante a crescente durava $14,25$ dias. Apesar de Aristarco de Samos em seu tratado "*Sobre os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua*", ele não buscou determinar novamente os períodos lunares, pois esses já eram muito conhecidos na tradição astronômica da época. Ele assumiu esses períodos como dados e concentrou-se nas relações entre os astros, conforme analisado por Heath em sua obra (HEATH, 2004).

Considerando uma velocidade uniforme da Lua em sua orbita, temos que os ângulos representados pelo seu raio vetor são diretamente proporcionais aos tempos gastos nos deslocamentos correspondentes de acordo com a figura (3.3), podemos determinar utilizando a seguinte propriedade de proporcionalidade:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc \tag{I}$$

que afirma que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Agora, de acordo com a figura (3.2), como a orbita lunar é descrita por um círculo completo, temos que o seu ângulo é igual a $360°$. Como também de acordo com a figura, em relação a Terra, o ângulo formado entre as fases minguante e crescente é igual a 2α. Assim, iremos designar os seguintes valores para as incógnitas mencionadas em (I) sendo eles: $a = 360°$; $b = 29,5$ dias; $c = 2\alpha$ e $d = 14,25$ dias. Dessa forma, vamos ter que:

$$\frac{360°}{29,5\,\text{dias}} = \frac{2\alpha}{14,25\,\text{dias}} \tag{1.0}$$

Desenvolvendo, temos:

$$360^\circ \cdot 14,25\,\text{dias} = 2\alpha \cdot 29,5\,\text{dias} \tag{3.1}$$

$$360^\circ = 2\alpha \cdot \frac{29,5\,\text{dias}}{14,25\,\text{dias}} \tag{3.2}$$

$$360^\circ = 2\alpha \cdot 2,0701754386 \tag{3.3}$$

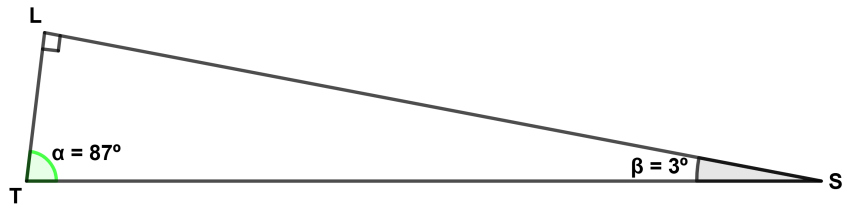
$$360^\circ = 4,1403508772 \cdot \alpha \tag{3.4}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{4,1403508772} \tag{3.5}$$

$$\alpha = 86,9491525422^\circ. \tag{3.6}$$

Portanto, Aristarco teria calculado esse ângulo α de aproximadamente 87°, como sendo o ângulo subtendido no centro da Terra pela linha que une os centros do Sol e da Lua no momento em que a Lua é observada em quadratura. Então, o ângulo $\beta = L\hat{S}T$ seria de 3°, pois a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180° na geometria euclidiana plana. Agora, precisamos construir um triângulo retângulo com esses ângulos e calcular o resultado da razão $\frac{TS}{TL}$.

Figura 3.4 – Triângulo retângulo



Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

De acordo com a figura acima, não nos interessa calcular a distância LS, visto que o objetivo principal deste método é identificar a distância entre a Terra à Lua e a Terra ao Sol. Para isso, utilizaremos as seguintes relações entre os ângulos e os lados de um triângulo retângulo.

$$\sin(\beta) = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Hipotenusa}} \tag{3.7}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Cateto Adjacente}}{\text{Hipotenusa}} \tag{3.8}$$

Calculando o $\sin(\beta)$, como mostrado na Figura (3.4), o cateto oposto será o lado TL e a hipotenusa é descrita pelo lado TS e o ângulo β é igual a aproximadamente 3°. Assim, temos:

$$\sin(3^\circ) = \frac{TL}{TS} \tag{3.9}$$

Agora, precisamos elevar ambos os termos a -1 para podermos calcular a razão $\frac{TS}{TL}$. Com isso, temos:

$$\begin{aligned}
[\sin(3^\circ)]^{-1} &= \left[\frac{TL}{TS}\right]^{-1} \\
\frac{1}{\sin(3^\circ)} &= \frac{TS}{TL} \\
\frac{1}{0,0523359562} &= \frac{TS}{TL} \\
\frac{TS}{TL} &= 19,107322625 \\
TS &= 19,107322625 \cdot TL. \qquad (3.10)
\end{aligned}$$

E também, é possível observarmos na Figura (3.4) que o cateto adjacente será o lado TL e a hipotenusa é descrita pelo lado TS e o ângulo α é igual a aproximadamente 87°. Assim, temos:

$$\cos(87^\circ) = \frac{TL}{TS} \qquad (3.11)$$

De modo análogo, teremos que:

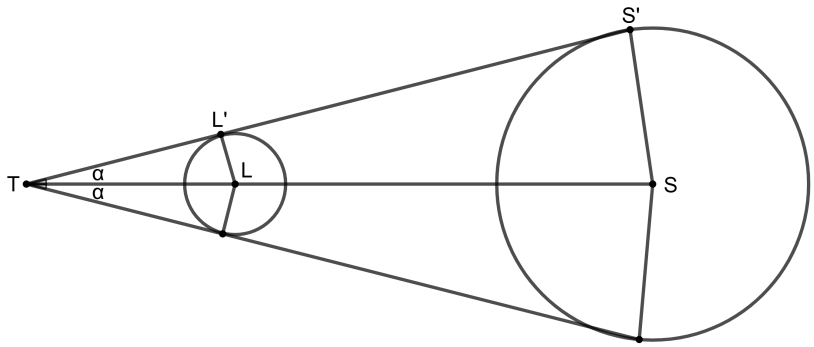
$$\begin{aligned}
[\cos(87^\circ)]^{-1} &= \left[\frac{TL}{TS}\right]^{-1} \\
\frac{1}{\cos(87^\circ)} &= \frac{TS}{TL} \\
\frac{1}{0,0523359562} &= \frac{TS}{TL} \\
\frac{TS}{TL} &= 19,107322625 \\
TS &= 19,107322625 \cdot TL. \qquad (3.12)
\end{aligned}$$

Embora as medidas angulares da época não permitissem alta precisão, Aristarco estimou que a distância do Sol à Terra era pelo menos de dezoito a vinte vezes maior que a distância da Lua, podendo chegar até dezenove vezes, segundo suas próprias considerações. Essa razão, ainda que subestimada em relação ao valor real conhecido atualmente onde a distância da Terra ao Sol é de aproximadamente 400 vezes a distância da Terra à Lua, estando então o valor do ângulo α próximo de $89,86^\circ$, isto é, próximo de 90°. Ao que parece, para que ele não tenha encontrado o valor exato do ângulo α foi devido a diferença que ele teria observado entre o tempo gasto pela Lua em uma volta completa orbitando a Terra e o tempo gasto para a Lua ir de minguante à crescente gerou esse erro em suas analises. Mas, vale ressaltar que o seu método representou um avanço conceitual notável, pois demonstrava que o Sol se encontrava a uma distância imensamente maior do que a Lua, contrariando a percepção sensorial imediata.

3.2 Cálculo dos tamanhos

Posteriormente, vamos retomar o método de Aristarco para a determinação dos tamanhos da Terra, Lua e Sol. Para isso, Aristarco precisou fazer uma observação de um eclipse total do Sol — que ocorre quando a Lua se opõe entre a Terra e o Sol — ao qual conseguiu determinar que o "tamanho angular" entre o Sol e a Lua seria o mesmo, isto é, o ângulo sobre o qual o observador vê o Sol é o mesmo sob o qual ele vê a Lua, como visto na figura a seguir:

Figura 3.5 – Lua entre a Terra e o Sol



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

O mesmo calculou que o ângulo 2α representado na figura (3.6) seria de $2°$. É importante salientar que pelos conhecimentos atuais, esse ângulo é de apenas $0,5°$ e que apesar da diferença, não iremos nos prejudicar com o resultado que obteremos a seguir. Considerando a figura acima, baseando-se na semelhança entre os triângulos TLL' e TSS', temos:

$$\frac{SS'}{LL'} = \frac{TS}{TL} \tag{II}$$

Logo, podemos concluir que de acordo com a figura, os raios do Sol e da Lua, SS' e LL' respectivamente, estão entre si assim como as distâncias da Terra ao Sol e à Lua, respectivamente, TS e TL (NETO et al., 2015). Como a razão $\frac{TS}{TL}$ já é conhecida, então o mesmo é válido para a razão $\frac{SS'}{LL'}$. Para Aristarco, essas razões são iguais e estão estabelecidas entre 18, 19 ou até 20. Isto é, o raio do Sol é aproximadamente 19 vezes o raio da Lua, como podemos observar à seguir:

$$\frac{SS'}{LL'} \approx 19 \tag{3.13}$$

Agora, para esclarecer os resultados obtidos por Aristarco, precisamos distinguir as seguintes notações:

$$TS = D_S = \text{Distância da Terra ao Sol;}$$
$$TL = D_L = \text{Distância da Terra à Lua;}$$
$$SS' = R_S = \text{Raio do Sol;}$$
$$LL' = R_L = \text{Raio da Lua;}$$
$$R_T = \text{Raio da Terra.}$$

Dessa forma, de acordo com (II) podemos realizar a seguinte relação:

$$\frac{SS'}{LL'} = \frac{TS}{TL} \iff \frac{R_S}{R_L} = \frac{D_S}{D_L} \implies R_S \cdot D_L = R_L \cdot D_S \implies \boxed{\frac{R_S}{D_S} = \frac{R_L}{D_L}}. \tag{3.14}$$

Adicionaremos os parâmetros a e b, assim estabelecidos, para melhor entendermos a igualdade entre as razões $\frac{R_S}{D_S}$ e $\frac{R_L}{D_L}$. Então,

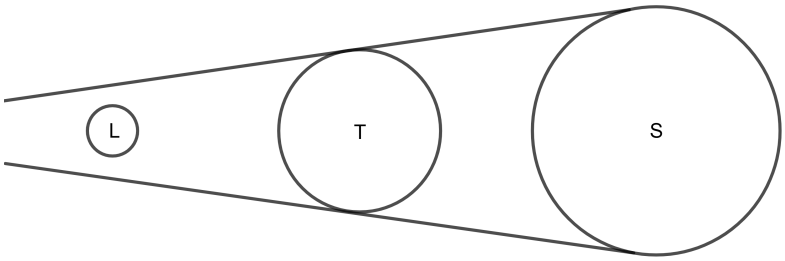
$$a = \frac{R_S}{D_S} = \frac{R_L}{D_L} \tag{III}$$

e,

$$b = \frac{D_S}{D_L}. \tag{IV}$$

Para determinar as distâncias e os tamanhos do Sol e da Lua, Aristarco precisou observar o que acontece durante um eclipse lunar, que ocorre quando a Terra se opõe entre a Lua e o Sol, como visto na figura à seguir:

Figura 3.6 – Representação do eclipse lunar



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Na Figura (3.6), temos da esquerda para à direita, respectivamente, a Lua, Terra e o Sol. Também podemos perceber as duas retas inclinadas que representam os raios extremos do Sol tangenciando a Terra, isto é, criando uma região escura atrás da Terra, que é denominada como cone de sombra, ou umbra. Podemos perceber que a medida que o cone se afasta da Terra, ele se estreita, e a Lua, durante o eclipse lunar, atravessa esse cone. Mas, Aristarco com o seu método, não mede o cone de maneira direta, ele faz algo muito mais perspicaz: mede tempos.

Durante o eclipse lunar total, ele observa o tempo que a Lua leva para entrar completamente na sombra, como também o tempo gasto para que ela atravesse toda a sombra e também para sair completamente dela. Esses intervalos de tempos podem ser comparados com o tempo que a Lua leva para percorrer seu próprio diâmetro no céu. Pois, a mesma se move praticamente com velocidade angular constante e o seu tempo é proporcional ao comprimento percorrido. Então, se a Lua leva um certo tempo t_L para atravessar seu próprio diâmetro, e leva um tempo

maior t_S para atravessar toda a sombra da Terra, logo a razão entre os tempos é igual a razão entre os diâmetros:

$$\frac{D_{sombra}}{D_{Lua}} = \frac{t_{\text{travessia da sombra}}}{t_{\text{travessia do diâmetro lunar}}} \tag{3.15}$$

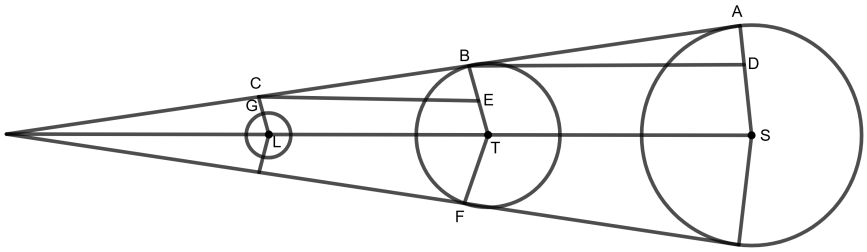
Assim, a partir dessas observações, Aristarco pode concluir que a Lua leva 8 unidades de tempo para atravessar toda a sombra da Terra e que a mesma ainda leva 3 unidades de tempo para percorrer o seu próprio diâmetro, logo temos:

$$\frac{D_{sombra}}{D_{Lua}} = \frac{8}{3} \tag{3.16}$$

$$D_{sombra} = \frac{8}{3} \cdot D_{Lua} \tag{V}$$

Dessa forma, na altura da Lua, o cone de sombra da Terra tem um diâmetro de $\frac{8}{3}$ vezes maior que o da Lua. Agora, na Figura (3.7), temos respectivamente os centros da Lua, da Terra e do Sol (L, T, S):

Figura 3.7 – Centros da Lua, da Terra e do Sol



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Como também, os segmentos $LG = R_L$, $TB = R_T$ e $SA = R_S$, que são os respectivos raios. Também observamos LC como sendo o raio do cone de sombra da altura da Lua, ou seja, de (V) temos: $D_{sombra} = 2 \cdot R_{sombra}$ e que $D_{Lua} = 2 \cdot R_L$. Agora, escrevendo os diâmetros em função de raios, temos:

$$2 \cdot R_{sombra} = \frac{8}{3} \cdot (2 \cdot R_L) \tag{3.17}$$

$$R_{sombra} = \frac{8}{3} \cdot R_L \tag{3.18}$$

E como, $R_{sombra} = LC$:

$$LC = \frac{8}{3} \cdot R_L \tag{3.19}$$

Pela semelhança dos triângulos CEB e BDA, temos:

$$\frac{BE}{CE} = \frac{AD}{BD} \tag{VI}$$

Porém,

$$BE = TB - TE \tag{3.20}$$
$$BE = R_T - LC \tag{3.21}$$
$$BE = R_T - \frac{8}{3} \cdot R_L; \tag{3.22}$$
$$CE = D_L; \tag{3.23}$$
$$AD = AS - SD; \tag{3.24}$$
$$AD = R_S - R_T; \tag{3.25}$$
$$BD = D_S. \tag{3.26}$$

Substituindo todos esses valores em (VI), iremos obter:

$$\frac{BE}{CE} = \frac{AD}{BD} \tag{3.27}$$
$$\frac{R_T - \frac{8}{3} \cdot R_L}{D_L} = \frac{R_S - R_T}{D_S} \tag{VII}$$

Agora, de (III) e (IV), temos que:

$$R_L = a \cdot D_L \tag{3.28}$$
$$D_S = b \cdot D_L \tag{3.29}$$
$$R_S = a \cdot D_S \tag{3.30}$$

Substituindo D_S,

$$R_S = a \cdot b \cdot D_L. \tag{3.31}$$

Substituindo os três itens anteriores em (VII), obtemos:

$$\frac{R_T - \frac{8}{3} \cdot a \cdot D_L}{D_L} = \frac{a \cdot b \cdot D_L - R_T}{b \cdot D_L} \tag{3.32}$$

Desenvolvendo a expressão acima,

$$
\begin{aligned}
b \cdot D_L \cdot \frac{R_T - \frac{8}{3} \cdot a \cdot D_L}{D_L} &= b \cdot D_L \cdot \frac{a \cdot b \cdot D_L - R_T}{b \cdot D_L} \\
b \cdot \left(R_T - \frac{8}{3} \cdot a \cdot D_L \right) &= ab \cdot D_L - R_T \\
b \cdot R_T - \frac{8}{3} ab \cdot D_L &= ab \cdot D_L - R_T \\
b \cdot R_T + R_T - \frac{8}{3} ab \cdot D_L &= ab \cdot D_L \\
R_T \cdot (1+b) - \frac{8}{3} ab \cdot D_L &= ab \cdot D_L \\
R_T \cdot (1+b) &= ab \cdot D_L + \frac{8}{3} ab \cdot D_L \\
R_T \cdot (1+b) &= ab \cdot D_L \left(1 + \frac{8}{3} \right) \\
R_T \cdot (1+b) &= ab \cdot D_L \cdot \frac{11}{3} \\
3 \cdot R_T \cdot (1+b) &= ab \cdot D_L \cdot 11 \qquad \text{(VIII)}
\end{aligned}
$$

Observe que de (VIII), podemos obter as seguintes relações:

- Isolando D_L:

$$D_L = \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11ab} \qquad \text{(IX)}$$

- Isolando $a \cdot D_L$ e em seguida substituindo $a \cdot D_L$ por R_L, teremos:

$$a \cdot D_L = \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11b} \qquad (3.33)$$

$$R_L = \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11b} \qquad \text{(X)}$$

- Isolando $b \cdot D_L$ e em seguida substituindo $b \cdot D_L$ por D_S, teremos:

$$b \cdot D_L = \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11a} \qquad (3.34)$$

$$D_S = \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11a} \qquad \text{(XI)}$$

Note agora que, de (XI) teremos:

- Isolando $a \cdot D_S$ e em seguida substituindo $a \cdot D_S$ por R_S, teremos:

$$a \cdot D_S = \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11} \qquad (3.35)$$

$$R_S = \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11} \qquad \text{(XII)}$$

Como mostrado na Figura (3.6) podemos definir que $\alpha = 1°$, pois sem o próprio Aristarco saber, ele estaria calculando o que conhecemos hoje como tangente. Logo, temos:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} \\ a &= \frac{R_S}{D_S} \\ a &= \tan(\alpha) \\ a &= \tan(1°) \\ a &\approx 0,0175 \end{aligned} \tag{3.36}$$

e que também como visto anteriormente, $b \approx 19$. Agora, ao substituirmos os valores de a e b, vamos determinar os resultados de D_L, R_L, D_S e R_S.

- De (IX), iremos obter o seguinte valor para D_L:

$$\begin{aligned} D_L &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11ab} \\ D_L &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+19)}{11 \cdot 0,0175 \cdot 19} \\ D_L &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (20)}{3,6575} \\ D_L &= \frac{60 \cdot R_T}{3,6575} \\ D_L &\approx 16,4 R_T \end{aligned} \tag{XIII}$$

- De (X), iremos obter o seguinte valor para R_L:

$$\begin{aligned} R_L &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11b} \\ R_L &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+19)}{11 \cdot 19} \\ R_L &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (20)}{209} \\ R_L &= \frac{60 \cdot R_T}{209} \\ R_L &\approx 0,29 R_T \end{aligned} \tag{XIV}$$

- De (XI), iremos obter o seguinte valor para D_S:

$$
\begin{aligned}
D_S &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11a} \\
D_S &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+19)}{11 \cdot 0,0175} \\
D_S &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (20)}{0,1925} \\
D_S &= \frac{60 \cdot R_T}{0,1925} \\
D_S &\approx 311,69 R_T
\end{aligned} \tag{XV}
$$

- De (XII), iremos obter o seguinte valor para R_S:

$$
\begin{aligned}
R_S &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+b)}{11} \\
R_S &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (1+19)}{11} \\
R_S &= \frac{3 \cdot R_T \cdot (20)}{11} \\
R_S &= \frac{60 \cdot R_T}{11} \\
R_S &\approx 5,45 R_T
\end{aligned} \tag{XVI}
$$

Dessa forma, ao analisar os eclipses lunares, Aristarco utilizou a largura da sombra terrestre — tomada como equivalente a duas vezes o diâmetro da Lua — para comparar o tamanho relativo desses corpos. Vale destacar que ele não dispunha de um valor numérico para o raio da terra e que por causa disso os seus resultados são expressos em termos de razões geométricas relativas a R_T. A partir dessa relação e das medidas angulares aparentes do Sol e da Lua no céu, ele concluiu que o Sol deveria ser consideravelmente maior do que a Terra.

Assim, mesmo sem instrumentos precisos, o filósofo grego chegou à conclusão qualitativa de que o Sol, embora pareça menor ao observador, é de fato um astro muito mais volumoso e distante. As deduções geométricas de Aristarco revelam um método baseado em observação, abstração matemática e raciocínio lógico. Suas proposições estabeleceram uma das primeiras tentativas conhecidas de quantificar as dimensões do sistema Sol–Terra–Lua por meio de argumentos geométricos, constituindo um marco no desenvolvimento da astronomia científica.

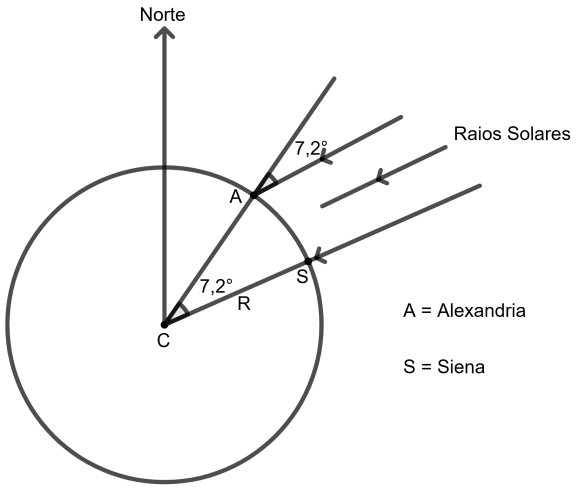
4 O cálculo do raio da Terra de acordo com Eratóstenes

A já mencionada Escola Pitagórica é habitualmente reconhecida como a primeira escola a apontar a esfericidade da Terra. Partindo dessa concepção, no contexto do modelo geocêntrico elaborado por Aristóteles, a Terra passou a ser considerada como o centro dos corpos celestes. Isso permitiria explicar, entre outros fenômenos, a forma circular da sombra da Terra projetada sobre a Lua durante um eclipse lunar. Dessa forma, é comum fazermos a seguinte indagação: *"Qual é o raio da Terra?"* Essa indagação foi respondida de forma engenhosa por Eratóstenes de Cirene no final do século III a.C (GOMES; MARQUES, 2023).

São raras as informações precisas sobre a vida de Eratóstenes, mas podemos citar que ele nasceu no final do primeiro quarto do século III a.C., na cidade grega de Cirene, que fica localizada no norte da África e que na sua juventude ele mudou-se para Atenas e lá frequentou escolas filosóficas. Por volta dos seus 40 anos, Ptolomeu III, que era rei na época o nomeou tutor e bibliotecário chefe do museu de Alexandria, onde manteve-se até o fim da sua vida, no inicio do século II a.C. (GOMES; MARQUES, 2023). Destacamos que ele foi o escritor do livro "Medidas do Mundo", onde relatou o método que utilizou para estimar o tamanho do perímetro da Terra e "Geográfica", onde por conta deste é considerado fundador da Geografia como disciplina, onde ele foi o primeiro a mapear o mundo usando paralelos e meridianos. Infelizmente, essas obras foram perdidas com o passar dos séculos. Dessa forma, o que conhecemos sobre o seu método vem de comentadores posteriores.

Então, para estimar o perímetro da Terra, Eratóstenes mostrou que ao meio-dia, do dia do solstício de verão – que marca o início da estação mais quente e do dia mais longo do ano – no hemisfério norte, na cidade de Siena o Sol encontra-se no ponto mais alto do céu, irradiando por completo o fundo dos poços fazendo com que as hastes verticais não projetem sombras. Era conhecido que quando o Sol se encontrava mais ao norte, os raios solares incidiam em direção vertical, ao meio dia, na cidade de Siena (atualmente Assuã, localizada no extremo sul do Egito, às margens do rio Nilo), pois a imagem do Sol poderia ser observada refletida nos poços mais fundos daquela cidade. Simultaneamente, em Alexandria, os raios solares incidiam inclinadamente e conhecendo o tamanho da sombra e da haste fixa, Eratóstenes identificou a formação de um ângulo aproximado de $7,2^{\circ}$ com a vertical como mostra na figura à seguir:

Figura 4.1 – Representação do método de Eratóstenes



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

> Eratóstenes vivia em Alexandria e sabia que ao meio-dia, do dia do solstício de verão, em sua cidade, uma haste vertical projetava uma sombra. Ele também sabia que as duas cidades ficavam, aproximadamente, no mesmo meridiano (mesma longitude) e que a distância D entre elas era estimada em 5000 estádios (GOMES; MARQUES, 2023).

Como observado na Figura (4.1), os raios solares são praticamente paralelos, ou seja, o ângulo central referente ao arco $\widehat{ACS}$ também ira medir $7,2°$. Assim, como em qualquer circunferência vale que: o comprimento de um arco é proporcional ao ângulo central que o subtende, ou seja, quanto maior o arco, maior o ângulo e quanto menor o arco, menor o ângulo, fazendo com que essa proporcionalidade seja linear.

Então, na circunferência completa o ângulo total será igual a $360°$ e o comprimento total será de $2\pi r$, logo existe à seguinte relação:

$$\frac{\text{Comprimento do Arco}}{\text{Comprimento da Circunferência}} = \frac{\text{Ângulo Correspondente}}{360°} \tag{4.1}$$

aplicando essa relação na figura (4.1), temos

$$\begin{aligned} \frac{\widehat{AS}}{C} &= \frac{7,2°}{360°} \\ 360° \cdot \widehat{AS} &= 7,2° \cdot C \\ C &= \frac{360° \cdot \widehat{AS}}{7,2°}. \end{aligned} \tag{4.2}$$

Sabendo que o arco $\widehat{AS}$ é a distância entre as cidades de Alexandria e Siena e que é

equivalente a 5000 estádios e que C é a circunferência da Terra, temos:

$$\begin{aligned} C &= \frac{360^\circ \cdot 5000}{7,2^\circ} \\ C &= \frac{1.800.000}{7,2^\circ} \\ C &= 250.000 \text{ Estádios} \end{aligned} \tag{XVII}$$

> O estádio é uma unidade de medida de comprimento relacionada ao tamanho de uma pista de corrida do mundo grego. Como o tamanho das pistas de corrida na antiguidade podia variar de cidade para cidade, o valor do estádio, em metros, também podia variar. Desta forma, não sabemos, de fato, qual seria verdadeiro comprimento do estádio usado por Eratóstenes (GOMES; MARQUES, 2023).

Assim, não conseguimos calcular com precisão o valor da circunferência da Terra que ele obteve. Vale ressaltar que o valor de 5000 estádios – que como dito anteriormente, é a distância entre Alexandria e Siena –, é nada mais que uma estimativa em valores "redondos", e não uma medida precisa. Mas, podemos afirmar que o valor obtido por Eratóstenes está correto no sentido geométrico. Porém, utilizando uma informação traduzida do livro (HEATH, 2004) na página 339 nos diz que *"se Plínio estiver correto ao dizer que Eratóstenes considerava* 40 *estádios equivalentes ao schoinos egípcio, então, tomando o schoinos como* 12.000 *côvados reais de* $0,525\ m$*, obtemos* 300 *desses côvados, ou seja,* $157,5\ m$*, como o comprimento do estádio, que equivale assim a* $516,73$ *pés"*. Então, de (XVII), temos a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \frac{1 \text{ Estádio}}{250.000 \text{ Estádios}} &= \frac{157,5\ m}{C} \\ C &= 39.375.000\ m \end{aligned} \tag{4.3}$$

sendo C o comprimento da circunferência da Terra em metros. Com isso, devemos lembrar que:

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ r &= \frac{C}{2\pi} \\ r &= \frac{39.375.000}{2 \cdot 3,14} \\ r &= \frac{39.375.000}{6,28} \\ r &\approx 6.269.904,5\ m \\ r &\approx 6.269,9\ km. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Assim, encontramos de acordo com o método de Eratóstenes que o valor da circunferência da Terra é de, aproximadamente $39.375\ km$ e que devido a isso o seu raio é aproximadamente igual a $6.269,9\ km$. Neste caso, ressaltaremos que o valor obtido através do seu método é muito próximo do valor atualmente conhecido na literatura que é de aproximadamente $6.371\ km$. A

distinção sobre o resultado apresentado aqui comparado a outros trabalhos sobre o método de Eratóstenes está na informação sobre o valor atribuído ao tamanho de um estádio. Pois, assim como já mencionado neste trabalho, a obra *"Sobre os tamanhos e distâncias do Sol e da Lua"*, escrita por Heath menciona que o valor atribuído a um estádio é de $157,5\ m$ então, por conta disso o valor apresentado aqui é tão próximo do que conhecemos hoje.

5 Comparação dos valores encontrados utilizando o método de Aristarco de Samos e como obtemos os valores conhecidos atualmente

Devido ao método que foi desenvolvido por Eratóstenes, que nos proporcionou conhecer o valor do raio da Terra, agora podemos retomar os resultados obtidos utilizando o método de Aristarco para assim chegarmos a um valor mensurável. Diante disso, substituindo o valor do raio da Terra, que é dado por $r = R_T = 6.269,9\ km$, teremos:

- De (XIII), teremos que a distância da Terra à Lua (D_L), será de:

$$\begin{aligned} D_L &\approx 16,4 \cdot R_T \\ D_L &\approx 16,4 \cdot 6.269,9\ km \\ D_L &\approx 102.826,36\ km. \end{aligned} \tag{5.1}$$

- De (XIV), teremos que o raio da Lua (R_L), será de:

$$\begin{aligned} R_L &\approx 0,29 \cdot R_T \\ R_L &\approx 0,29 \cdot 6.269,9\ km \\ R_L &\approx 1.818,271\ km. \end{aligned} \tag{5.2}$$

- De (XV), teremos que a distância do Terra ao Sol (D_S), será de:

$$\begin{aligned} D_S &\approx 311,69 \cdot R_T \\ D_S &\approx 311,69 \cdot 6.269,9\ km \\ D_S &\approx 1.954.265,131\ km. \end{aligned} \tag{5.3}$$

- De (XVI), teremos que o raio do Sol (R_S), será de:

$$\begin{aligned} R_S &\approx 5,45 \cdot R_T \\ R_S &\approx 5,45 \cdot 6.269,9\ km \\ R_S &\approx 34.170,955\ km. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Agora, de fato temos dimensão dos valores obtidos por ele e que comparado aos valores encontrados atualmente na literatura, podemos identificar que apesar dos resultados não estarem

próximos, o seu método é engenhoso e satisfatório. Para efeito de comparação, iremos mostrar como os valores conhecidos hoje em dia são encontrados e como eles diferem dos valores obtidos por Aristarco a seguir.

5.1 Utilizando o método de Aristarco de Samos e trigonometria moderna para determinar os tamanhos e distâncias conhecidas na atualidade

Na atualidade, encontramos os respectivos valores para o raio da Terra, a distância da Terra à Lua, o raio da Lua, a distância da Terra ao Sol e o raio do Sol:

$$R_T = 6.371\ km;$$
$$D_L = 384.400\ km;$$
$$R_L = 1.737\ km;$$
$$D_S = 147.860.000\ km;$$
$$R_S = 696.000\ km.$$

Agora, iremos conhecer alguns dos métodos atuais que podem ser utilizados para determinar tais valores utilizando os conhecimentos da trigonometria.

5.1.1 Hiparco de Nicéia

Os primeiros sinais da trigonometria manifestaram-se no Egito por volta de 1650 a.C., ou seja, os egípcios já usavam ideias parecidas com a trigonometria muito antes dos gregos e isso é demonstrado no Papiro Rhind que é um documento matemático do Egito antigo que contém vários problemas de matemática e que nele foram encontrados quatro problemas envolvendo seqt – uma medida usada pelos egípcios para descrever a inclinação das faces das pirâmides – em termos modernos, isso era muito parecido com uma razão trigonométrica, algo semelhante a cotangente.

Figura 5.1 – Papiro Rhind.



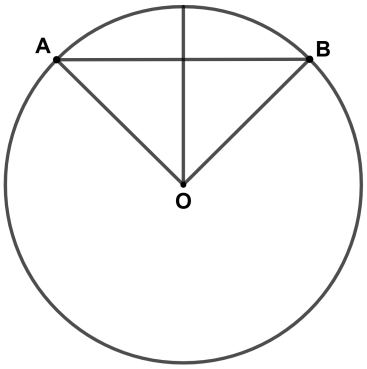
Fonte: Museu Britânico, Londres.

Assim, entendemos que o desenvolvimento da trigonometria foi executado por vários importantes nomes da história da ciência e da matemática, como por exemplo o já mencionado Aristarco de Samos, Eratóstenes de Cirene, Ptolomeu e o Hiparco de Nicéia ao qual iremos adentrar um pouco mais sobre a sua descoberta, que implementou pela primeira vez, relações entre ângulos e lados de um triângulo retângulo.

Antes de conhecer os métodos atuais que utilizam da trigonometria para as suas explicações, precisamos conhecer um dos principais sábios da área e que hoje é conhecido como o "pai da trigonometria". Seu nome era Hiparco de Nicéia, que nasceu por volta de 190 a.C., na cidade grega de Nicéia, hoje Iznik, na atual Turquia, e morreu por volta de 120 a.C., em Rodes (SILVA, 2022). Ele foi um astrônomo, geógrafo e matemático grego. Quase todas as suas obras se perderam e suas contribuições são reconhecidas por escritores posteriores, como por exemplo Plínio, o Velho ($23 - 79$ d.C.), Ptolomeu ($100 - 170$ d.C.), entre outros.

Como já mencionado anteriormente, Hiparco de Niceia é considerado o "pai da trigonometria" por produzir uma tabela de cordas, que é considerado um dos primeiros exemplos de tabelas trigonométricas. Essa tabela tinha como objetivo fornecer um método para determinar as medidas de um triângulo a partir de princípios básicos, onde uma corda era representada como um segmento de reta que liga dois pontos de uma circunferência de um circulo, como mostrado na figura seguinte:

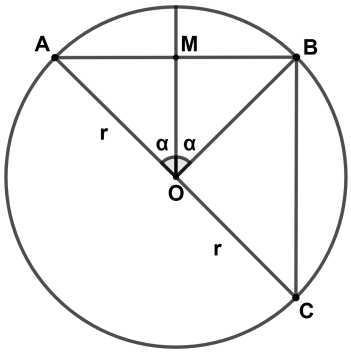
Figura 5.2 – Representação do método de cordas de Hiparco de Nicéia.



Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Hiparco elaborou esse método para calcular o comprimento dessas cordas, organizando tabelas utilizadas em cálculos astronômicos. Embora o comprimento não corresponda diretamente ao seno de um ângulo, mesmo assim, existe uma relação entre essas grandezas. E essa relação pode ser obtida a partir de uma análise geométrica de um circulo de raio r. Para isso, precisamos considerar um ângulo central 2α e a corda AB correspondente a esse ângulo, traça-se a perpendicular do centro O até o ponto médio M da corda. Dessa forma, forma-se o triângulo retângulo mostrado a seguir:

Figura 5.3 – Análise geométrica de um círculo de raio r.



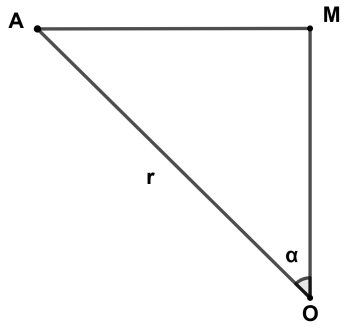
Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Assim, percebemos a formação do triângulo retângulo AOM, onde:

$$OA = r \text{ (Raio do Círculo)};$$
$$AM = \frac{AB}{2};$$
$$A\hat{O}M = \alpha.$$

Agora, no triângulo retângulo mostrado na figura a seguir, aplicaremos a definição de seno descrita da seguinte maneira:

Figura 5.4 – Triângulo retângulo.



Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Hipotenusa}} \tag{5.5}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{AM}{OA} \tag{5.6}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{AM}{r} \tag{5.7}$$

Como já mostrado, $AM = \dfrac{AB}{2}$, substituindo temos:

$$\sin(\alpha) = \frac{\frac{AB}{2}}{r} \tag{5.8}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{AB}{2} \cdot \frac{1}{r} \tag{5.9}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{AB}{2r} \tag{5.10}$$

$$AB = 2r \cdot \sin(\alpha) \tag{5.11}$$

Sabendo que AB é a corda de comprimento correspondente ao ângulo central 2α, podemos escrever:

$$\text{Corda}\,(2\alpha) = 2r \cdot \sin(\alpha) \tag{5.12}$$

Essa expressão nos mostra que o comprimento da corda associada a um ângulo central 2α em um círculo de raio r, é igual ao dobro do raio multiplicado pelo seno da metade desse ângulo. Essa relação evidencia que, embora os gregos não utilizassem de forma direta os conceitos de seno e cosseno como são definidos atualmente, eles já trabalhavam com ideias equivalentes por meio das cordas. Assim, esse estudo de Hiparco, ao sistematizar essas relações em tabelas, representaram um avanço significativo, pois permitiram cálculos mais precisos em astronomia e geometria, por exemplo.

Na astronomia, a ele também é atribuído a elaboração de um catálogo estelar com aproximadamente 850 estrelas, sendo esse catálogo um dos mais precisos e completos da época,

pois ele atribuiu a cada estrela um brilho, isto é, ele desenvolveu uma escala de brilhos ao qual denominamos hoje como escala de magnitude. Sendo assim, ele é considerado como o primeiro a construir, de acordo com os seus princípios, modelos astronômicos.

> É possível que, utilizando a trigonometria, ele tenha inventado o astrolábio, um modelo do universo usado para calcular movimentos planetários e eclipses. Embora tenha rejeitado o modelo heliocêntrico de Aristarco, ele reconheceu o valor de suas estimativas do tamanho e da distância do Sol e da Lua em relação à Terra e as aprimorou por meio de cálculos matemáticos mais precisos (MARK, 2022).

Dessa forma, sua abordagem pode ser considerada um marco fundamental que cominou para o desenvolvimento da trigonometria moderna.

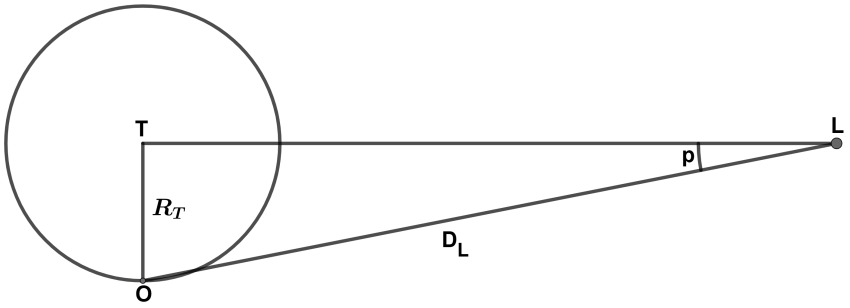
5.1.2 Distância da Terra a Lua

Para a determinação da distância entre a Terra e a Lua ao qual é um dos problemas mais clássicos da astronomia que foi investigado desde a antiguidade por estudiosos como o já mencionado Aristarco de Samos, onde o mesmo se baseava principalmente em relações geométricas e observações a olho nu de eclipses. Podemos utilizar técnicas trigonométricas muito mais precisas, fundamentadas na medição de ângulos e na geometria espacial.

Entre esses métodos, destaca-se o uso da paralaxe que é o deslocamento aparente de um objeto em relação a um fundo distante causado pela mudança no ponto de vista do observador. Ou seja, utilizando-se de um exemplo prático, ao piscar alternadamente o olho esquerdo e o direito olhando para o nosso polegar, ele parecerá "pular" de um lado para o outro. A explicação para esse fenômeno é que ocorre uma diferença angular na posição de um objeto (polegar) quando observado de dois locais distintos (olho esquerdo e olho direito). Destacamos também que quanto mais próximo o objeto estiver, maior será o efeito de paralaxe.

Dessa forma, para determinar a distância entre corpos celestes relativamente próximos, como a Lua e alguns planetas, utiliza-se o próprio diâmetro da Terra como base de medição na técnica da paralaxe. Observa-se o deslocamento aparente do astro quando visto de diferentes pontos da superfície terrestre. Já na antiguidade, destacamos que Hiparco de Nicéia (190 a.C - 120 a.C) realizou estimativas da paralaxe lunar, obtendo um valor próximo de 58 minutos de arco, bastante próximo do valor atualmente aceito, cerca de $57'02,6"$ (Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), s.d.). Consequentemente, no caso da Lua, esse efeito pode ser medido observando a sua posição em relação às estrelas de fundo a partir de dois locais diferentes da Terra, ao conhecer, podemos em fim descobrir a distância atual entre a Terra e a Lua. Considerando a figura abaixo:

Figura 5.5 – Representação geométrica da distância entre a Terra e a Lua.



Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Temos no triângulo retângulo OTL, onde $R_T =$ Raio da Terra, $p =$ Ângulo da Paralaxe, $D_L =$ Distância da Terra à Lua, $L =$ Lua, $T =$ Terra e $O =$ Observador.

Como já mencionado, o valor atual aceito da Paralaxe lunar é de $57'02,6"$. Porém, precisamos utilizar esse valor atual que está respectivamente em minutos de arco e segundos de arco, em graus. Logo, utilizaremos a seguinte relação:

$$p = G + \frac{M}{60} + \frac{S}{3600}$$

Onde:
$G \rightarrow$ Graus;
$M \rightarrow$ Minutos de arco;
$S \rightarrow$ Segundos de arco.

Para $57'02,6"$, temos:

$$\begin{aligned} p &= 0 + \frac{57}{60} + \frac{2,6}{3600} \\ p &= 0,95 + 7,22 \cdot 10^{-4} \\ p &= 0,9507. \end{aligned} \tag{5.13}$$

Agora, de acordo com a figura (5.5) e sabendo que $R_T = 6371\ km$, podemos utilizar a seguinte relação trigonométrica:

$$\begin{aligned} \sin(p) &= \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Hipotenusa}} \\ \sin(p) &= \frac{R_T}{D_L} \\ D_L &= \frac{R_T}{\sin(p)} \\ D_L &= \frac{6371\ km}{\sin(0,9507)} \\ D_L &= \frac{6371\ km}{0,016592} \\ D_L &= 383.980,23\ km \end{aligned} \tag{5.14}$$

Portanto, percebemos que o método da paralaxe apresenta alta precisão, pois o valor obtido é aproximadamente o mesmo encontrado dos dias atuais. Diferentemente dos métodos antigos, que dependiam de interpretações geométricas indiretas, a trigonometria moderna permite obter resultados próximos ao que conhecemos hoje. Além disso, observa-se que a evolução dos métodos matemáticos foram essenciais para o avanço do conhecimento científico acerca das dimensões do sistema Terra-Lua.

5.1.3 Distância da Terra ao Sol

A determinação das distâncias entre os corpos celestes, representa um dos maiores desafios enfrentados pela astronomia desde a antiguidade. Como já mencionado neste trabalho, entre as primeiras tentativas de sistematizar e resolver este problema, destaca-se o método desenvolvido por Aristarco de Samos, onde ele buscou estimar a distância entre a Terra e o Sol à partir de observações geométricas envolvendo a Lua.

O seu método, embora limitado pelas imprecisões instrumentais da época, apresenta uma estrutura matemática consistente que pode ser interpretada utilizando da trigonometria moderna. Dessa forma, torna-se possível compreender como relações simples entre ângulos e distâncias podem ser utilizadas para estimar grandezas astronômicas.

A sistematização proposta por Aristarco de Samos baseia-se na análise da configuração geométrica formada entre a Terra, a Lua e o Sol em um instante específico do ciclo lunar. Esse instante ocorre quando a Lua se encontra em fase de quarto, isto é, quando apenas metade da sua face visível está iluminada pelo Sol. Nessa situação, a iluminação da Lua permite que o ângulo formado no vértice correspondente a Lua, entre as direções que ligam a Lua a Terra e ao Sol, é aproximadamente reto, ou seja, igual a $90°$. Isso ocorre porque a luz solar incide perpendicularmente a linha imaginária entre a Terra e a Lua, formando uma configuração geométrica especial.

A partir dessa observação, pode se modelar a situação por meio de um triângulo cujos vértices são a Terra (T), a Lua (L) e o Sol (S), como pode ser observado na figura (3.3). Nesse triângulo, o ângulo no ponto L é de $90°$, caracterizando um triângulo retângulo. Dessa forma, o segmento que liga a Terra ao Sol (TS) corresponde a hipotenusa do triângulo, enquanto o segmento que liga a Terra a Lua (TL) representa um dos catetos. Assim, aplicando a relação do cosseno, em um triângulo retângulo, temos:

$$cos(\alpha) = \frac{\text{Cateto Adjacente}}{\text{Hipotenusa}} \tag{5.15}$$

$$cos(\alpha) = \frac{TL}{TS} \tag{5.16}$$

$$TS = \frac{TL}{cos(\alpha)} \tag{5.17}$$

Essa expressão nos permite calcular a distância entre a Terra e o Sol (TS).

Embora Aristarco tenha realizado suas estimativas com base em observações ao olho nu, atualmente dispomos de medidas bem mais precisas. Então, considerando:

$$TL = 384.400\ km$$
$$\alpha = 89,85^\circ$$

Substituindo na expressão:

$$TS = \frac{384.400\ km}{cos(89,85^\circ)}$$
$$TS = \frac{384.400\ km}{0,0026}$$
$$TS \approx 147.846.153,85\ km \tag{5.18}$$

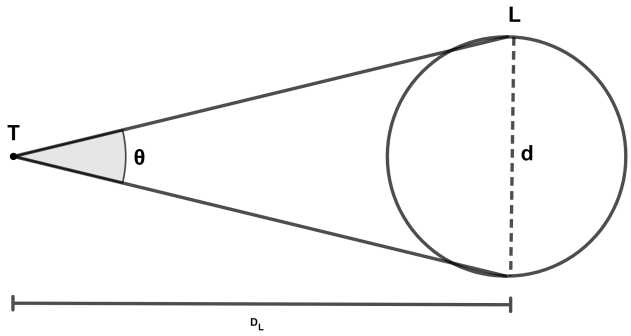
Esse valor é muito próximo da distância média atualmente aceita entre a Terra e o Sol. Aristarco evidencia em seu método uma aplicação engenhosa da geometria para a determinação de distâncias astronômicas. No entanto, sua precisão depende fortemente da medida do ângulo α, que por ser muito próximo de 90° apresenta grande sensibilidade a pequenos erros experimentais.

5.1.4 Utilizando a trigonometria para calcular o tamanho da Lua

Para calcular o tamanho da Lua, podemos utilizar, de forma direta, as relações trigonométricas entre o seu diâmetro angular aparente e sua distância média em relação à Terra. Esse procedimento, embora hoje seja formalizado por ferramentas matemáticas modernas e medições astronômicas de alta precisão, possui raízes históricas profundas no desenvolvimento da astronomia antiga. Pois, como já foi citado nesse trabalho, estudiosos como Aristarco de Samos e Hiparco de Niceia buscavam compreender as dimensões e as distâncias dos corpos celestes por meio da observação geométrica e da análise de eclipses, estabelecendo os primeiros modelos quantitativos para o sistema Terra-Lua.

Agora, com o avanço da matemática e da instrumentação astronômica, especialmente após a sistematização das funções seno, cosseno e tangente, tornou-se possível refinar essas estimativas com maior precisão. Logo, para determinar o tamanho da Lua a partir da Terra, podemos modelar geometricamente a seguinte figura:

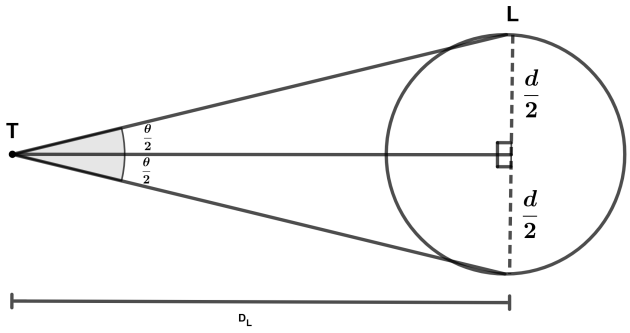
Figura 5.6 – Representação geométrica do tamanho da Lua em relação a Terra.



Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Nesta Figura (5.6), um observador que está na Terra, corresponde ao vértice do triângulo isósceles e a sua base no triângulo, representa o diâmetro lunar. Ao dividir esse triângulo em duas partes congruentes, ficamos com a seguinte representação geométrica:

Figura 5.7 – Representação geométrica do tamanho da Lua em relação a Terra.



Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Utilizando a relação trigonométrica a seguir, temos:

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} \tag{5.19}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\frac{d}{2}}{D_L} \tag{5.20}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{d}{2} \cdot \frac{1}{D_L} \tag{5.21}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{d}{2D_L} \tag{5.22}$$

$$d = 2D_L \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{5.23}$$

Em que d representa o diâmetro real da Lua, D_L a distância da Terra à Lua e θ é o diâmetro angular observado. No que se diz respeito ao diâmetro angular da Lua, ele pode ser determinado por instrumentos de medição angular, historicamente como o astrolábio e o quadrante. Atualmente,

observada da Terra a olho nu, a Lua possui diâmetro angular aproximado de $0,5°$, sendo esse valor semelhante ao diâmetro angular aparente do Sol (MILONE et al., 2019). Dessa forma, para encontrar o diâmetro da Lua, possuímos:

$$D_L = 384.400\ km$$
$$\theta = 0,5°, \text{ Assim: } \frac{\theta}{2} = 0,25°$$

Portanto:

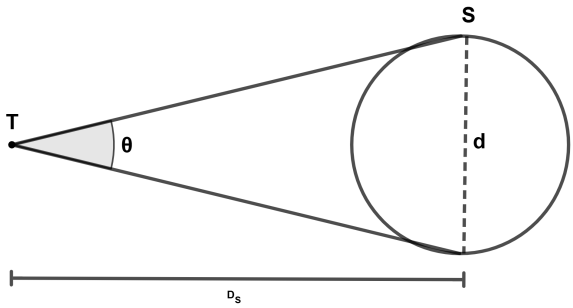
$$d = 2 \cdot 384.400\ km \cdot \tan(0,25°)$$
$$d = 768.800\ km \cdot 0,00436$$
$$d = 3.351,968\ km \tag{5.24}$$

O valor obtido para o diâmetro da Lua, quando comparado ao valor aceito atualmente pela astronomia moderna, demonstra a elevada eficiência das relações trigonométricas na determinação de grandezas astronômicas. Mesmo utilizando um modelo geométrico relativamente simples, baseado apenas na distância média entre a Terra e a Lua e em seu diâmetro angular aparente, o resultado alcançado apresenta grande proximidade com os dados fornecidos por medições, contemporâneas de alta precisão.

5.1.5 Utilizando a trigonometria para calcular o tamanho do Sol

Destacamos que o procedimento utilizado para determinar o tamanho real do Sol fundamenta-se dos mesmos princípios geométricos trigonométricos empregados no cálculo da dimensão lunar, uma vez que, em ambos os casos, a análise parte da relação entre o diâmetro angular aparente do astro, sua distância média em relação à Terra e sua dimensão física real, como mostrado na Figura (5.8) a seguir:

Figura 5.8 – Representação geométrica do tamanho do Sol em relação a Terra.

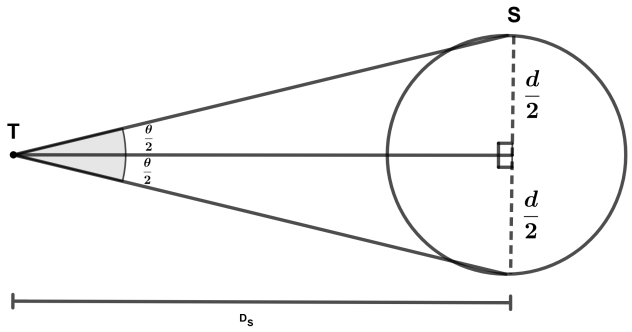


Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Essa abordagem baseia-se na modelagem da observação astronômica por meio de um triângulo isósceles, no qual o vértice corresponde ao observador terrestre e a base representa o

diâmetro do corpo celeste analisado. Ao dividir essa configuração em dois triângulos retângulos congruentes, torna-se possível aplicar a função tangente ao semi-ângulo subtendido pelo astro, estabelecendo uma relação matemática precisa entre grandezas angulares e lineares, como pode ser observado na Figura (5.9) a seguir:

Figura 5.9 – Representação geométrica do tamanho do Sol em relação a Terra.



Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Utilizando a relação trigonométrica a seguir, temos:

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} \tag{5.25}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\frac{d}{2}}{D_S} \tag{5.26}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{d}{2} \cdot \frac{1}{D_S} \tag{5.27}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{d}{2D_S} \tag{5.28}$$

$$d = 2D_S \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{5.29}$$

Em que d representa o diâmetro real do Sol, D_S a distância da Terra ao Sol e θ é o diâmetro angular observado, ao qual, como dito anteriormente, possui um valor aproximado de $0,5°$. Logo:

$$D_S = 147.860.000\ km$$
$$\theta = 0,5°, \text{ Assim: } \frac{\theta}{2} = 0,25°$$

Portanto:

$$d = 2 \cdot 147.860.000\ km \cdot \tan(0,25°)$$
$$d = 295.720.000\ km \cdot 0,00436$$
$$d = 1.289.339,2\ km \tag{5.30}$$

O valor obtido para o diâmetro do Sol, quando comparado ao valor aceito atualmente pela astronomia moderna, que é cerca de $1.392.000\ km$, demonstra a elevada eficiência das relações trigonométricas na determinação de grandezas astronômicas. Mesmo utilizando um modelo geométrico relativamente simples, baseado apenas na distância média entre a Terra e o Sol e em seu diâmetro angular aparente, o resultado alcançado apresenta grande proximidade com os dados fornecidos por medições, contemporâneas de alta precisão.

6 Referencial Teórico

É notável que o desenvolvimento do pensamento astronômico e matemático na Grécia antiga constitui no que podemos nos referir como sendo a base do conhecimento científico ocidental. E é neste contexto que surgiram figuras como Aristóteles, Heraclides do Ponto e Aristarco de Samos, no qual suas concepções contribuíram para a formação das primeiras interpretações racionais acerca do cosmos. Essas ideias foram fundamentais para a compreensão de como a astronomia se estruturou como uma disciplina teórica e empírica, marcada por uma transição entre explicações mitológicas e modelos baseados na observação e na geometria.

Assim, podemos citar Aristóteles (384–322 a.C.) como um dos pensadores mais influentes e respeitados da Antiguidade e responsável por consolidar o modelo geocêntrico, no qual a Terra ocupava o centro imóvel do universo, enquanto os astros se moviam em esferas perfeitas. Pois, sua concepção estava alinhada com a visão filosófica de ordem e finalidade da natureza naquela época. Compreendendo que, embora limitada pelas observações disponíveis em sua época, ele estabeleceu princípios que perduraram por quase dois milênios, influenciando o pensamento científico e teológico durante a Idade Média. Para Aristóteles, o cosmos era finito, ordenado e hierarquicamente estruturado, refletindo uma concepção em que cada corpo celeste possuía um movimento natural e uma função específica.

Desalinhado a isso, nem todos os filósofos gregos aceitaram essa explicação. Um deles foi Heráclides do Ponto (387–315 a.C.) que com os seus estudos e teorias, propôs uma visão intermediária entre o geocentrismo e o heliocentrismo, sugerindo que alguns planetas, como Vênus e Mercúrio, orbitavam o Sol, enquanto este girava em torno da Terra. Essa concepção ficou conhecida como semi-heliocentrismo, e representou um avanço no questionamento das ideias daquela época, abrindo caminhos para reflexões mais complexas sobre os movimentos celestes. Mesmo sabendo que essa visão ainda era limitada, Heráclides demonstrava que havia, já na Antiguidade, um ambiente de debate e revisão crítica dentro da astronomia grega.

Contudo, contemporâneo a Heráclides do Ponto, destaca-se Aristarco de Samos (310–230 a.C.), cuja obra representa uma ruptura conceitual na história da astronomia. Conhecido como "o matemático", Aristarco foi um dos primeiros a aplicar princípios geométricos e métodos quantitativos para investigar fenômenos astronômicos. A sua principal contribuição foi o tratado *Sobre os tamanhos e distâncias do Sol e da Lua*, no qual apresenta um conjunto de hipóteses geométricas e cálculos que buscavam determinar as proporções entre as distâncias e dimensões desses corpos celestes em relação à Terra.

Embora a concepção heliocêntrica, ao qual a terra gira em torno do sol, tenha sido atribuída a ele apenas por meio de relatos posteriores, como os de Arquimedes e Copérnico, é no campo da geometria aplicada que a ele é atribuído o mérito mais significativo de Aristarco.

> Será apropriado discutir isto, a fim de sabermos se o universo gira enquanto a Terra permanece imóvel, ou se o universo permanece imóvel e a Terra gira. Pois houve aqueles que afirmaram que é a nós que a ordem da natureza faz mover sem que tenhamos consciência disso, e que os nascimentos e os poentes não ocorrem em virtude do movimento do céu, mas porque nós mesmos nos erguemos e descemos. O tema é digno de consideração, para que possamos saber em quais condições vivemos: se a morada que nos foi atribuída é a que se move mais lentamente ou a que se move mais rapidamente, se é Deus quem move tudo ao nosso redor, ou a nós mesmos em seu lugar (HEATH, 2004).

Suas hipóteses, como a ideia de que a Lua está iluminada exatamente pela metade pela radiação solar, ou seja, quando vemos meia Lua no céu é porque o ângulo entre o Sol, a Terra e a Lua é de $90°$; e que esse é o momento em que ela aparece em quarto crescente ou em quarto minguante, dependendo da fase. Assim, essas descobertas permitiram a construção de modelos matemáticos que buscavam representar as distâncias relativas entre esses corpos. Mesmo que suas medições fossem imprecisas, os fundamentos conceituais de seu método revelam uma compreensão profunda da relação entre observação e cálculo.

A análise das hipóteses aristarquianas mostra uma tentativa pioneira de quantificação do universo observável. Ao tratar a Terra como um ponto em relação às dimensões do cosmos e ao utilizar ângulos e proporções para estimar distâncias, Aristarco demonstrou que a compreensão dos fenômenos celestes poderia ser alcançada por meio da razão matemática, e não apenas pela percepção sensorial.

> Ora, é fácil ver que isso é impossível; pois, já que o centro da esfera não possui magnitude, não podemos conceber que ele tenha qualquer proporção em relação à superfície da esfera. Devemos, no entanto, entender que Aristarco queria dizer o seguinte: como concebemos a Terra como se fosse o centro do universo, a proporção que a Terra tem em relação ao que descrevemos como o 'universo' é igual à proporção que a esfera que contém o círculo no qual ele supõe que a Terra se move tem em relação à esfera das estrelas fixas. Pois ele adapta as provas dos fenômenos a uma hipótese dessa espécie e, em particular, parece supor que o tamanho da esfera na qual coloca a Terra em movimento é igual ao que chamamos de universo (HEATH, 2004).

Essa perspectiva marcou uma mudança epistemológica significativa, na qual a observação passou a ser complementada por raciocínios lógicos e dedutivos.

Os estudos modernos, especialmente os realizados por Thomas Little Heath (1913), G. E. R. Lloyd, Otto Neugebauer e Carl B. Boyer, permitem compreender a relevância histórica e científica do pensamento de Aristarco. Heath, em sua tradução e comentário da obra aristarquiana, evidencia a precisão conceitual de seus argumentos geométricos, enquanto Neugebauer e Lloyd destacam a importância do contexto cultural e filosófico em que essas ideias foram produzidas. Boyer, por sua vez, reconhece em Aristarco um precursor do método científico, ao propor uma explicação racional e matemática para os fenômenos celestes, antecipando elementos que viriam a ser formalizados séculos depois pela astronomia moderna.

> Cada vez mais, os astrônomos da Era Alexandrina — notadamente Eratóstenes (c. 276 a.C. – 194 a.C.) e Aristarco de Samos (c. 310 a.C. – 230 a.C.) — deparavam-se com problemas que apontavam para a necessidade de relações mais sistemáticas entre ângulos e cordas. Aristarco, segundo Arquimedes e Plutarco, propôs um sistema heliocêntrico, antecipando Copérnico em mais de um milênio e meio; contudo, tudo o que ele possa ter escrito sobre esse modelo foi perdido. Em vez disso, temos o tratado de Aristarco, Sobre os Tamanhos e as Distâncias do Sol e da Lua (On the Sizes and Distances of the Sun and Moon), que adota um universo geocêntrico. Nesta obra, Aristarco parte da observação de que, quando a Lua está em seu quarto crescente ou minguante, o ângulo entre as linhas de visada para o Sol e para a Lua é menor que um ângulo reto em um trigésimo de quadrante (BOYER, 1968).

Assim, o referencial teórico que sustenta esta pesquisa baseia-se na inter-relação entre história da ciência, filosofia natural e matemática, permitindo compreender Aristarco de Samos não apenas como um astrônomo isolado, mas como um pensador que sintetizou o conhecimento de sua época e o transformou em um modelo racional de compreensão do universo. Sua obra, ao unir observação, abstração e lógica, tornou-se um marco na transição entre a especulação filosófica e a investigação científica, configurando um dos pilares sobre os quais se ergueram as bases do pensamento científico moderno.

7 Metodologia

A presente pesquisa caracteriza-se como qualitativa e de natureza bibliográfica, pois busca compreender e interpretar o pensamento astronômico e matemático de Aristarco de Samos a partir da interpretação de fontes históricas, filosóficas e científicas que tratam do pensamento de Aristarco de Samos e da evolução da astronomia antiga. Segundo Gil, "a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos" (GIL, 2008). Além disso, conforme ressalta Severino (2017, p. 123), a abordagem qualitativa "permite compreender significados, intenções e valores atribuídos pelos sujeitos ao objeto de estudo" (SEVERINO, 2017).

Assim, o estudo não envolve coleta de dados empíricos ou experimentais, concentrando-se na compreensão e interpretação conceitual de textos originais e estudos secundários. Foram consultadas obras clássicas e modernas que abordam a astronomia grega e a história da ciência, destacando-se a tradução e o comentário de Thomas Little Heath, uma das referências mais reconhecidas sobre o tratado Sobre os tamanhos e distâncias do Sol e da Lua.

Além dessa fonte, foram analisados trabalhos de historiadores da ciência, como G. E. R. Lloyd, Otto Neugebauer e Carl B. Boyer, que discutem o contexto filosófico e matemático das ideias de Aristarco, bem como as suas implicações para o pensamento científico posterior.

O método adotado consiste em três etapas principais:

- Levantamento e seleção das fontes: com a identificação de obras originais e estudos contemporâneos que tratam do conteúdo e do impacto das teorias de Aristarco;
- Leitura analítica e interpretativa: voltada à compreensão dos fundamentos geométricos, astronômicos e conceituais contidos no tratado;
- Análise comparativa: que busca relacionar as estimativas de Aristarco com os valores aceitos atualmente pela astronomia moderna, discutindo as diferenças sob o ponto de vista histórico e metodológico.

Essa abordagem permite compreender não apenas os resultados obtidos por Aristarco, mas também o raciocínio científico envolvido, valorizando o modo como o conhecimento astronômico foi construído ao longo do tempo. Ao analisar suas hipóteses, demonstrações e conclusões à luz da metodologia científica atual, é possível perceber que Aristarco não se limitou à simples observação dos fenômenos celestes, mas buscou explicar suas causas por meio da geometria e da razão. Seu método, ainda que rudimentar se comparado aos padrões contemporâneos, revela uma forma de pensamento lógico e investigativo que antecipa a atitude científica moderna.

Além disso, o estudo qualitativo e bibliográfico adotado nesta pesquisa possibilita uma leitura crítica das fontes históricas, interpretando-as não apenas como registros do passado, mas como expressões do desenvolvimento intelectual humano. A análise das obras e comentários de autores como Heath, Lloyd e Boyer contribui para contextualizar o trabalho de Aristarco dentro de uma tradição de pensamento que procurava conciliar filosofia, matemática e observação empírica. Dessa forma, compreender as etapas e os limites do método aristarquiano permite reconhecer o valor de suas contribuições para a formação do pensamento científico ocidental e para o surgimento da astronomia como disciplina baseada em fundamentos racionais e quantitativos.

Assim, também é válido ressaltar que, neste trabalho, o termo "método aristarquiano" é utilizado para designar o conjunto de procedimentos geométricos e observacionais empregados por Aristarco de Samos na determinação das dimensões e distâncias do Sol e da Lua. Tal expressão não se refere a um método científico formal reconhecido, mas a uma forma de raciocínio que evidencia a aplicação da lógica e da geometria à observação astronômica, representando um estágio inicial do pensamento científico.

8 Considerações Finais

Este trabalho visou como objetivo principal analisar, de forma histórica e matemática, os métodos utilizados por Aristarco de Samos para determinar as distâncias da Terra ao Sol e à Lua, como também comparar tais resultados com os valores encontrados na literatura atual. A partir desse estudo, foi possível compreender que, mesmo em um contexto marcado pela ausência de instrumentos de precisão e por limitações observacionais, os estudiosos da Antiguidade conseguiram desenvolver métodos geométricos engenhosos para investigar os fenômenos celestes. Assim, ao longo desse estudo, observou-se que as ideais de Aristarco representaram um importante marco para o desenvolvimento do pensamento científico, pois os argumentos matemáticos e observacionais para propor estimativas relacionadas às dimensões do cosmos mostram-se avançados para a sua época.

Seus métodos eram fundamentados principalmente na geometria e nas relações de proporcionalidade entre triângulos, mostrando que era possível interpretar os movimentos celestes por meio de raciocínios matemáticos, representando uma importante mudança na forma de compreender os fenômenos celestes. Além disso, verificou-se que, embora os resultados encontrados por Aristarco estejam distantes dos valores atualmente conhecidos e aceitos, suas conclusões possuíam grande relevância cientifica para a época. Pois os seus cálculos permitiram compreender, por exemplo, que o Sol se encontrava muito mais distante da Terra do que a Lua e que possuía dimensões superiores relacionado ao nosso planeta. Essas conclusões contribuíram de forma direta no desenvolvimento de concepções cosmológicas posteriores, influenciando discussões que, séculos depois, seriam retomados por estudiosos como Copérnico.

Este estudo também evidenciou a importância das contribuições de outros estudiosos da Antiguidade, como Aristóteles, Eratóstenes de Cirene e Hiparco de Niceia, onde suas ideias contribuíram significativamente para o desenvolvimento da astronomia e da trigonometria. Em especial, o método de Eratóstenes para a determinação do raio da Terra mostrou-se essencial para transformar as razões geométricas obtidas por Aristarco em valores mensuráveis, enquanto os estudos trigonométricos de Hiparco de Niceia estabeleceram bases importantes para os métodos astronômicos modernos.

Outra relevância neste estudo foi a relação entre o desenvolvimento matemático e a necessidade humana de compreender o universo. Neste caso, percebe-se que a astronomia antiga não se limitava apenas na observação dos astros, mas também no aprimoramento de técnicas geométricas e trigonométricas que assim como as usadas neste trabalho, continuam sendo utilizadas na atualidade. Assim, o trabalho reforça como a construção do conhecimento científico ocorre de forma gradual, sendo resultado de contribuições acumuladas ao longo da história.

Portanto, concluí-se que o estudo dos métodos de Aristarco de Samos ultrapassa a

simples análise de cálculos astronômicos antigos. Sua importância também está na valorização do pensamento matemático como ferramenta para investigar a natureza, mostrando que a ciência se desenvolve a partir da observação, da formulação de hipóteses e da busca continua por explicações cada vez mais precisas sobre o universo. Logo, este trabalho contribui para destacar o valor histórico, cientifico e educacional das descobertas da Antiguidade, além de reforçar a relevância da matemática na compreensão dos fenômenos naturais.

Referências

ARISTARCO, D. S. Sobre os tamanhos e as distâncias do sol e da lua. *Traduzido e editado por Rubens EG Machado. Santiago*, 2016.

ÁVILA, G. A geometria e as distâncias astronômicas na grécia antiga. *Revista do professor de matemática*, v. 1, p. 9–13, 1982.

BOYER, C. B. *A History of Mathematics*. New York: John Wiley & Sons, 1968.

COPERNICUS, N. *On the Revolutions: De revolutionibus orbium coelestium*. Second edition. [S.l.]: Johns Hopkins University Press, 1992. Reprinted 2010.

CRUZ, F. F. de S. Conceito de força no pensamento grego. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), v. 2, n. 1, p. 16–24, 1985.

ÉVORA, F. R. R. *A revolução copernicana-galileana: origem, significado e inserção na historia do pensamento cientifico-filosofico antigo e medieval*. Tese (Doutorado) — [sn], 1987.

FALLER, J.; WINER, I.; CARRION, W.; JOHNSON, T. S.; SPADIN, P.; ROBINSON, L.; WAMPLER, E. J.; WIEBER, D. Laser beam directed at the lunar retro-reflector array: observations of the first returns. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 166, n. 3901, p. 99–102, 1969.

FREITAS, L. V.; SANTUCCI, R. M.; MARQUES, I. A. Reinventando o método de aristarco. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 43, p. e20210062, 2021.

GIL, A. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. Atlas, 2008. ISBN 9788522451425. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=T3BwPgAACAAJ>.

GOMES, T. M.; MARQUES, I. A. Reinventando o método de eratóstenes. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 45, p. e20220307, 2023.

HEATH, T. *Aristarchus of Samos: the ancient Copernicus*. [S.l.]: Courier Corporation, 2004.

Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). *Distâncias em Astronomia*. s.d. <https://astro.if.ufrgs.br/dist/>. Disponível em: https://astro.if.ufrgs.br/dist/. Acesso em: 25 abr. 2026.

MARK, J. J. *Hipparchus*. 2022. Disponível em: <https://www.worldhistory.org/Hipparchus_of_Nicea/>.

MILONE, A. d. C.; WüNSCH, C. A.; RODRIGUES, C. V.; D'AMICO, F.; JABLOSKI, F. J.; CEPALITO, H. V.; COZZATTO, J. R.; BAS, J. W. V.; AGUIAR, O. D. d.; MIRANDA, O. D.; VILLELA, T. *Introdução à Astronomia e Astrofísica*. São José dos Campos, SP, Brasil: INPE, 2019. (INPE-7177-PUD/38). Curso de Introdução à Astronomia e Astrofísica (CIAA); colaboração na redação: Ana Maria Zodi; acesso em: 2 maio 2026. Disponível em: <https://www.inpe.br/ciaa2019/arquivos/pdfs/apostila_ciaa_2019_completa-compactado.pdf>.

NETO, F. R. d. S. et al. O cálculo de distâncias entre pontos inacessíveis. Universidade Federal da Paraíba, 2015.

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. [S.l.]: Cortez editora, 2017.

SILVA, T. A. d. O surgimento da trigonometria: os métodos de hiparco e ptolomeu na construção das primeiras tabelas trigonométricas. Universidade Federal do Tocantins, 2022.

TORIBIO, A. M. V. *História da física*. Vitória: Universidade Federal do Espírito Santo, Secretaria de Ensino a Distância, 2012. 78 p. Il.